投资理财“72 法则”原理的拓展分析

潘朝毅

（四川教育学院 成都 610041）

【摘要】在投资理财决策中，“72 法则”通常被用来估算既定年收益率条件下投资翻倍所需的年数。本文讨论了“72 法则”的几个相关问题，最后给出了其适用条件和误差界限。

【关键词】投资决策　72 法则　年收益率　误差率

一、提出研究问题

很多有关投资理财的文章资料在谈到复利的奇迹和近似计算时都会介绍一个法则，它被用来计算给定年收益率的情况下大约需要多少年初始投资才会翻倍。

例如年收益率为 10%，用 72 除以 10，就能得到大约 7.2 年以后投资就可翻一番（精确计算实际年限为 7.27 年）。即如果年收益率为 P%，那么翻一番所需要的年数约为 72/P。这就是所谓的“72 法则”。

这个法则因为使用简单颇显神奇，但相关文章资料均未介绍其中的原理，读者只能知其然而不知其所以然。因此，本文具体回答了以下三个问题：①法则中的“72”是怎么得来的？有没有比它更好的法则，例如“76 法则”？②“72 法则”被广泛采纳的主要原因是什么？③类似地，要近似计算投资变成 3 倍所需要的年数可以使用什么法则？

通过对上述问题的探究，本文最后给出了“72 法则”的适用条件和误差界限。

二、相关知识准备

如果初始投资为 1，年收益率为 P%，那么 N 年后的投资回报为（1+P%）N。求解投资翻一番所需的年数，就是对给定的年收益率 P%求解关于未知数 N 的方程：（1+P%）N=2，结果为：N=1/Log2（1+P%）。

通常为了确定被测对象的最佳值，经常要对同一对象测量若干次，然后选取与各测量数据的差的平方和为最小的数作为最佳近似值。可以证明，达到上述最小平方和意义下的最佳近似值就是这些测量值的算术平均值。

三、验证“72 法则”的精确程度

首先想到，若希望投资两年达到资产翻番，解方程 $(1+P\%)^2=2$ 容易得到：$P\approx41.4$。所以下面在验证“72 法则”精确度时假设给定年收益率的范围仅从 1%变动至 40%。利用 Excel 软件，可以很方便地得出表 1。从表 1 可知，除了年收益率很小或较大的情形，“72 法则”的计算年数与实际年数的误差率还是比较小的，特别是当年收益率的变动范围限定为 2%到 14%时，误差率均不超过 3%。因此，用“72 法则”进行有关的估算是可行的。

表 1　“72法则”原理分析表

年利率P%	实际年限N	72法则年限N*	72法则误差	72法则误差率	NP	76法则年限	76法则误差	76法则误差率
1%	69.66	72.00	−2.34	−3.25%	69.66	76.00	−6.34	−8.34%
2%	35.00	36.00	−1.00	−2.77%	70.01	38.00	−3.00	−7.89%
3%	23.45	24.00	−0.55	−2.29%	70.35	25.33	−1.88	−7.44%
4%	17.67	18.00	−0.33	−1.82%	70.69	19.00	−1.33	−6.98%
5%	14.21	14.40	−0.19	−1.34%	71.03	15.20	−0.99	−6.53%
6%	11.90	12.00	−0.10	−0.87%	71.37	12.67	−0.77	−6.09%
7%	10.24	10.29	−0.04	−0.40%	71.71	10.86	−0.61	−5.64%
8%	9.01	9.00	0.01	0.07%	72.05	9.50	−0.49	−5.20%
9%	8.04	8.00	0.04	0.54%	72.39	8.44	−0.40	−4.75%
10%	7.27	7.20	0.07	1.01%	72.73	7.60	−0.33	−4.31%
11%	6.64	6.55	0.10	1.47%	73.06	6.91	−0.27	−3.87%
12%	6.12	6.00	0.12	1.94%	73.40	6.33	−0.22	−3.43%
13%	5.67	5.54	0.13	2.40%	73.73	5.85	−0.17	−2.99%
14%	5.29	5.14	0.15	2.86%	74.06	5.43	−0.14	−2.55%
15%	4.96	4.80	0.16	3.32%	74.39	5.07	−0.11	−2.12%
16%	4.67	4.50	0.17	3.78%	74.72	4.75	−0.08	−1.68%
17%	4.41	4.24	0.18	4.24%	75.05	4.47	−0.06	−1.25%
18%	4.19	4.00	0.19	4.70%	75.38	4.22	−0.03	−0.81%
19%	3.98	3.79	0.20	5.15%	75.71	4.00	−0.02	−0.38%
20%	3.80	3.60	0.20	5.61%	76.04	3.80	0.00	0.05%
21%	3.64	3.43	0.21	6.06%	76.36	3.62	0.02	0.48%
22%	3.49	3.27	0.21	6.51%	76.69	3.45	0.03	0.90%
23%	3.35	3.13	0.22	6.96%	77.01	3.30	0.04	1.33%
24%	3.22	3.00	0.22	7.41%	77.33	3.17	0.06	1.76%
25%	3.11	2.88	0.23	7.86%	77.66	3.04	0.07	2.18%
26%	3.00	2.77	0.23	8.30%	77.98	2.92	0.08	2.60%
27%	2.90	2.67	0.23	8.75%	78.30	2.81	0.09	3.03%
28%	2.81	2.57	0.24	9.19%	78.62	2.71	0.09	3.45%
29%	2.72	2.48	0.24	9.64%	78.94	2.62	0.10	3.87%
30%	2.64	2.40	0.24	10.08%	79.26	2.53	0.11	4.29%

续表 1

年利率P%	实际年限N	72法则年限N*	72法则误差	72法则误差率	NP	76法则年限	76法则误差	76法则误差率
31%	2.57	2.32	0.24	10.52%	79.58	2.45	0.12	4.70%
32%	2.50	2.25	0.25	10.96%	79.89	2.38	0.12	5.12%
33%	2.43	2.18	0.25	11.40%	80.21	2.30	0.13	5.54%
34%	2.37	2.12	0.25	11.84%	80.52	2.24	0.13	5.95%
35%	2.31	2.06	0.25	12.28%	80.84	2.17	0.14	6.37%
36%	2.25	2.00	0.25	12.71%	81.15	2.11	0.14	6.78%
37%	2.20	1.95	0.26	13.15%	81.47	2.05	0.15	7.19%
38%	2.15	1.89	0.26	13.58%	81.78	2.00	0.15	7.60%
39%	2.10	1.85	0.26	14.01%	82.09	1.95	0.16	8.01%
40%	2.06	1.80	0.26	14.45%	82.40	1.90	0.16	8.42%

四、“72 法则”原理分析

既然“72 法则”年限 N*=72/P，即 NP=72。所以在表 1 中增加了一列计算 NP。这组计算值从 69.66 逐渐增加到 82.40，它们的算术平均值为 76.14。很自然的问题是：有无比“72 法则”更好的法则？用“76 法则”是不是比用“72 法则”计算的误差率更小？

对后一个问题，观察表 1 的两列“误差率”基本可以得出肯定的回答，为准确起见，通过调用 Excel 软件中的内置函数 SUMSQ，进一步可以得到两组法则“误差率”的平方和分别为 0.24 和 0.1，说明用“76 法则”比用“72 法则”计算的整体误差率更小。再进一步，可以算出“70 法则”、“71 法则”直到“79 法则”的“误差率”平方和。结果见表 2。

表 2　　7X系列法则的误差率比较

7X法则	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
误差率平方和	0.42	0.32	0.24	0.2	0.14	0.11	0.10	0.10	0.12	0.14

由此可以认定：上述 7X 系列法则中，“76 法则”是最精确的。此时回到第一个问题，能够说“76 法则”是比“72 法则”更好的法则吗？那为什么“72 法则”被广泛采纳而“76 法则”却不曾有资料提及？

所谓“72 法则”是用来简化复利计算、估算假定年收益率条件下取得翻倍收益所需的近似年数。因此假定年收益率过低和过高都没有什么实际意义。目前我国的一年期定期存款利率为 3.5%，而“美国根据 77 年的历史，统计下来平均收益率为 12.2%”，因此可以认为，对绝大多数投资者来说，期望长期年投资收益率在 2%～14%之间更为合理。

如果重新统计计算表 1 中“NP”列中第 2 个到第 14 个数的算术平均值，结果正好是 72。相应地，观察表 1 中当年收益率取值从 2%～14%时，“72 法则” 的误差率全部小于 3%，而“76 法则”的误差率比较起来就差得多了。所以，不能简单地说哪个法则更精确，必须在确定年收益率变动范围的条件下进行讨论。顺便指出，有人认为“72 法则在利率大于 8%时精度不高”，对照表 1 的数据，可知此言并不准确，或可更改为“72 法则在利率接近 8%时精度最高”。

另外一个“72 法则”被广泛采纳的原因，应源于下列几个整数分解等式：

70=2×5×7

72=2×2×2×3×3

74=2×37

76=2×2×19

78=2×39

可见，在估算期望 3 年或者 6 年或者 8 年、9 年和 12 年后投资可以翻倍所要求达到的年收益率时，“72 法则”比其他 7X 法则计算更简便。

以上是通过列表统计的方法分析“72 法则”的内在原理，而用泰勒展式也可对其进行数学解释，进而还能给出更准确的改进的应用法则。

前面已经指出，求解投资翻倍所需的年数，就是求解方程 $(1+P\%)^N=2$，答案为 $N=1/Log_2(1+P\%)=\ln2/\ln(1+P\%)$。而对分母项运用泰勒展式“$\ln(1+r)=r-r^2/2+r^3/6-r^4/24+\cdots$”可知，当 r 较小时 $\ln(1+r)\approx r$，所以 $N=\ln2/\ln(1+P\%)\approx0.693\,147/\ln(1+P\%)\approx69/P$。当 $6\leq P\leq10$ 时，表 1 数据已经显示用 72 代替 69 计算误差率不超过 1.01%。

五、推论

以上分析可得出，一般情况下 “72 法则”是计算投资翻倍最好的法则。那么要近似计算投资变成 3 倍所需要的年数可以使用什么法则？

完全类似地，比照表 1 的制作，可以推导并且利用 Excel 软件计算出相应的计算法则，此处省略计算过程，结果如下：

表 3　　新法则推导结果

倍数	3	5	10	20
情形A	121法则	177法则	253法则	329法则
情形B	114法则	167法则	239法则	311法则

表中情形 A 指期望长期投资收益率在 1%到 40%之间，情形 B 指期望长期投资收益率仅在 2%到 14%之间。

很遗憾，上面得出的数字法则由于使用不便，几乎没有文献资料提及，仅有个别提及过计算投资变为 3 倍的 115 法则。

再次回到投资翻倍问题，由泰勒展式“$\ln(1+r)=r-r^2/2+r^3/6-r^4/24+\cdots$”可知，r 越小则用 r 近似替代 $\ln(1+r)$的误差越小，当 r 相对比较大时，就必须采用$(r-r^2/2)$近似替代 $\ln(1+r)$以减少误差。因此，根据不同大小的期望年收益率水平 P，可以采用改进的年数 N 法则：当 $P<6$ 时，取 $N=69/P$；当 $6\leq P\leq10$ 时，仍取 $N=72/P$；当 $P>10$ 时，取 $N=0.69/[P\%-(P\%)^2/2]=69/[P(1-P/200)]$。

由上述分析我们可以得出结论，当期望长期投资年收益率变动在 2%～14%之间时，运用“72 法则”计算最为简便且计算结果误差率小于 3%，此时“72 法则”是非常理想的复利估算工具。

主要参考文献

1. 季凯帆，康峰.解读基金——我的投资观与实践.北京：中国经济出版社，2007

2. 孙得将.关于跨期经济决策 72 法则的拓展研究.梧州学院学报，2009；1