基于贝叶斯方法构建银行贷款定价模型

丁东洋(博士)　刘希阳

(南昌大学廉政研究中心　南昌　330031　中国人民银行鹰潭市中心支行　江西鹰潭　335000)

【摘要】有效评估风险并准确预测贷款价格对商业银行及监管方均十分重要。基于贝叶斯方法构建的贷款定价模型，既可以包括公司资产价值的变动也可以包括违约强度变量，能够根据不同的违约回收率确定定价方式并预测贷款收益率，具有较强的适应性和灵活性，有助于商业银行完善贷款定价机制和加强风险管理。

【关键词】贷款定价　违约回收率　贝叶斯方法

一、引言

信用风险遍及所有的金融交易，包括从信用等级的下降到无力偿还债务到最后清算等一系列事件，是金融机构面临的最主要的风险之一。随着巴塞尔协议的逐步实施，评估信用风险并对贷款定价，以有效度量信用风险，加强风险管理，是当前国内外研究的焦点。

传统贷款定价模型多数以Black-Scholes(1973)期权定价模型及Merton(1974)拓展的风险债券定价模型为基础，主要有结构模型和强度模型之分。结构模型给出公司资产价值变动的基本假设，当公司资不抵债时发生违约；强度模型将公司的违约现象视为服从Poisson过程的随机事件，通过特征参数强度描述违约事件发生的可能性。结构模型假设公司价值遵循随机微分方程，服从几何布朗运动，这是最早对公司债券定价的模型，为信用衍生品定价模型的发展奠定了基础。在实际应用中，单期静态形式及违约独立假设使得商业银行难以准确定价并估算贷款收益率(Philosophov，2009)。本文基于贝叶斯方法构建的贷款定价模型，相比传统模型具有较强的适应性和灵活性，模型构建中既可以包括公司资产价值的变动也可以包括违约强度变量，以期更加准确地描述信用风险并进行贷款定价。

二、贷款定价模型

贷款定价依赖于未来现金流的净现值，如果存在风险，则NPV是随机的，进而根据NPV的期望均值设定贷款价格，特殊情况下，如果风险为0，则就是通常使用的定价折现模型。假设银行在时间t_0借出款项为U，在M年后收回贷款，借款人每年支付的利率为r_b，到期日t_m是支付贷款面值U。如果贷款为无风险，则净现值的计算公式为：

$$V=\sum_{m=0}^{M}\frac{r_bU}{(1+r_f)^m}+\frac{U}{(1+r_f)^M} \tag{1}$$

其中：r_f表示无风险利率，常用市场利率代替，如果贷款利率$r_b=r_f$，则V=U。而实际上，银行发放的贷款受借款人违约概率的影响，可能在贷款期间任何随机时间点t_D发生。令$P_D(T_1)$表示违约发生在区间$\{t_0,t_1\}$上，$P_D(T_2)$表示违约发生在区间$\{t_1,t_2\}$上，以此类推，$P_D(T_M)$表示违约发生在区间$\{t_{M-1},t_M\}$上，而$P_D(T_{M+})$表示发生在贷款到期后。每个区间的长度依据贷款规定，可能为一年或半年等。另外可以知道$P_D(T_1)+P_D(T_2)+\cdots+P_D(T_M)+P_D(T_{M+})=1$。

下面根据违约回收率的不同，分别研究贷款的定价。

1. 违约回收率为0的定价。首先考虑无回收率的情况。根据模型(1)可知：

$P\{V=V_1=0\}=P_D(T_1)$表示$V=V_1=0$的概率为$P_D(T_1)$，同理$P\{V=V_{M+}=\sum_{m=1}^{M}\frac{r_bU}{(1+r_f)^m}+\frac{U}{(1+r_f)^M}\}=P_D(T_{M+})$。而常用的形式为：

$$P\{V=V_m=\sum_{k=1}^{m-1}\frac{r_bU}{(1+r_f)^k}\}=P_D(T_m) \tag{2}$$

将模型(2)拓展就可以表示贷款价值的概率分布，这是离散形式，相应的连续时间模型可表示为：

$$P(V)=P_D(T_{M+})\times\delta(V-V_{M+})+\sum_{m=1}^{M}P_D(T_m)\times\delta(V-V_m) \tag{3}$$

其中：δ(·)为符号函数，可以看做方差极小(几乎为0)的正态概率密度函数，$\delta(V-V_m)$的分布集中于$V=V_m$附近。相应的累积分布函数为：

$$F(V)=P_D(T_{M+})\times I(V-V_{M+})+\sum_{m=1}^{M}P_D(T_m)\times I(V-V_m) \tag{4}$$

其中：I(·)为示性函数，当$V-V_m<0$，$I(V-V_m)=0$，反之$I(V-V_m)=1$。依据模型(3)和(4)可以很容易地计算出贷款的期望价值为：

$$\bar{V}=V_{M+}\times P_D(T_{M+})+\sum_{m=1}^{M}V_m\times P_D(T_m) \tag{5}$$

2. 违约回收率为常数的定价。假设公司违约后，银行可以回收贷款的一定比例为β，则每期的贷款随机价值将变为：

$V'_m=V_m+\beta(V_{M+}-V_m)=V_{M+}\beta+V_m(1-\beta)$，将其代入模型(3)可得：

$$P(V|\beta)=P_D(T_{M+})\times\delta(V-V_{M+})+\sum_{m=1}^{M}P_D(T_m)\times\delta[V-V_{M+}\beta-V_m(1-\beta)] \quad (6)$$

贷款价值的条件均值为：

$$\bar{V}(\beta)=V_{M+}\times P_D(T_{M+})+\sum_{m=1}^{M}[V_{M+}\beta+V_m(1-\beta)]\times P_D(T_m) \quad (7)$$

3. 违约回收率为随机变量的定价。如果违约回收率β为一随机变量，则通过模型(6)求贷款期望均值的公式为：$P(V)=\int P(V|\beta)P_r(\beta)d\beta$，其中$P_r(\beta)$为概率密度函数，一般假设服从贝塔分布。进而贷款价值的非条件概率密度可表示为：

$$P(V)=P_D(T_{M+})\times\delta(V-V_{M+})+\sum_{m=1}^{M}P_D(T_m)\times\frac{1}{V_{M+}-V_M}\times P_r\left(\frac{V-V_m}{V_{M+}-V_m}\right) \quad (8)$$

对应的累积分布函数为：

$$F(V)=P_D(T_{M+})\times I(V-V_{M+})+\sum_{m=1}^{M}P_D(T_m)\times B\left(\frac{V-V_m}{V_{M+}-V_m}\right) \quad (9)$$

其中：B(·)表示违约回收率β的累计分布，可见累计分布函数为包含离散变量和连续变量的混合形式。

一般来说，当$r_b=r_f$时，除了V_{M+}之外，所有的V_m均小于净现值，进而所有时间段的V_m的均值也会小于无风险贷款的净现值。

三、贷款收益率的计算

金融理论中风险溢价表示为$\delta r_b=r_b-r_f$，它不依赖于贷款评级，仅根据相同到期日和风险的收益率进行经验分析得出。本文使用公平利率概念，即对相同期限结构的风险贷款净现值与无风险贷款净现值的差，在贷款发放时两者相等。从而公平利率 r_b^* 可依据下面方程求解：

$$U=V_{M+}\times P_D(T_{M+})+\sum_{m=1}^{M}V_m\times P_D(T_m) \quad (10)$$

其中V_m和V_{M+}由模型(2)决定，并依赖于$r_b=r_b^*$，即$P\{V=V_m=\sum_{k=1}^{m-1}\frac{r_b^*U}{(1+r_f)^k}\}=P_D(T_m)$。

现考虑处于任何时间段$T_j=(t_{j-1},t_j)$的贷款定价。这里NPV仍然是随机变量，但是可能值的数量有所下降，原因在于已有部分利率支付完成。

模型(6)、(7)、(8)也可以分别针对时间t_j重新构建。研究贷款在特定时间的价值有助于以收益率进一步分析影响其价格的因素。而影响价差的因素可以使用至少一个因素的模型构建。下面给出公平价格和公平收益率的概念。

公平价格V^*即为NPV均值$\bar{V}^{(t)}$，而到期收益率Y由下式决定：

$$V^{(mr)}=\frac{r_b^{(j)}U}{(1+Y^{(j)})}+\sum_{k=j+1}^{M}\frac{r_bU}{(1+Y^{(j)})(1+Y)^{k-j}}+\frac{U}{(1+Y^{(j)})(1+Y)^{M-j}} \quad (11)$$

其中：$V^{(mr)}$为在时间t贷款的市场价值，$r_b^{(j)}$、$Y^{(j)}$是在时间段重新计算的利率和收益率。对于风险贷款，模型(11)意味着贷款至到期日获得的高于无风险利率的收益率是用来补偿违约可能的。

在未来任何时间段可能发生的违约事件使得贷款价值$V_m^{(t)}$表现出随机性，且收益率也为随机变量。收益率的可能值由$V^{(mr)}=V_m^{(t)}(Y)$决定，将r_f替换为Y，显然最小收益率为-100%，也就是全部贷款损失，公司在没有支付任何利率且无贷款回收的情况下发生。

为了从理论上解释市场观测到的到期收益率，可以直接推断公平收益率，最简明的方法是假定公平收益率应位于无风险收益率的附近，进一步根据经济理论将所有负的收益率等同于0，从而：

$$Y_{M+}^{(t)}\times P_D^{(t)}(T_{M+})=Y_{rf}^{(t)};\ Y_{M+}^{(t)}=Y_{rf}^{(t)}/P_D^{(t)}(T_{M+}) \quad (12)$$

该式简单明晰地说明收益率的计算方法，同时由于风险收益率在一定程度上应大于无风险收益率，其概率应为$1-P_D^{(t)}(T_{M+})$，相反小于无风险利率的可能即为违约概率 $P_D^{(t)}(T_{M+})$。

四、结语

本文构建的贷款模型依据贷款现金流的期望现值估计贷款定价，同时结合每期违约概率变量，从而对价值、利率及收益率的预测更为精确，且不必做出复杂的假设。它可以同时考虑同一个公司的无息和付息贷款，联系实际引发违约的原因和征兆，而不必预先设定后验违约概率测定模型或解释变量的动态变化。在默顿模型及巴塞尔协议中提倡使用的违约概率实际为贷款发放第一年内的概率，而本文使用的是随时间不断变化的$P_D(T_i)$。一般来说，不同等级的债券在第一年中违约概率的差异比较明显，到期前的平均违约概率差异却很微小。等级较高的贷款或债券计算出来的违约概率往往不够准确，原因是这类贷款的价差很低，容易受误差或噪音的影响。

我国商业银行应继续加强客户信用的评估，实施科学的贷款成本分析，强化信贷资金跟踪监测机制、充分利用信息技术的发展成果，合理地进行各种贷款风险的识别及增强客户关系管理功能，这样才能有效地维持现有的贷款绩效。同时，我国商业银行还需要深入实施市场细分战略，科学地选择与银行运营环境相适应的贷款方式，准确地判断国家宏观信贷政策的导向，才能使现有的贷款绩效获得大幅度的提高。

【注】本文受江西省高校人文社会科学研究规划项目“开放经济下信用风险转移对金融稳定的影响研究”(编号：JJ1138)、天津社科规划项目“宏观统计数据可靠性评估方法研究”(编号：TJTJ10-651)、全国统计科研计划项目“小域估计理论及其在我国统计调查中的应用”(编号：2009LZ020)资助。

主要参考文献

1. 程建，连玉君，刘奋军.信用风险模型的贝叶斯改进研究.国际金融研究，2009；1

2. 刘良灿，张同建.我国商业银行贷款定价运作机制研究.金融理论与实践，2011；3