

价格服从跳跃扩散的海外油田 开发项目实物期权评价法

雷丁轲 周远祺(博士)

(中国地质大学经济管理学院 武汉 430074)

【摘要】 海外油田开发项目具有很大的不确定性,而实物期权法适合分析不确定性投资。鉴于油气价格在一般状态下呈均值回复走势,只是在遇到突发事件时会产生跳跃即遵循均值回复跳跃扩散走势,本文对油田开发项目采用均值回复跳跃扩散模型进行投资价值评估,同时比较均值回复跳跃模型与均值回复期权模型的差异,最后得出利用均值回复跳跃模型分析投资决策相对于后者更可靠。

【关键词】 实物期权 油田开发 投资价值评估 均值回复跳跃扩散

一、研究背景

海外油田开发模式多为授权经营,某一区块的开发经营权是有时间限制的。石油公司获得了一块油田的开发权后,必须在规定的时间内提出投资计划,否则当地政府就会收回油田的开发权利。不过海外油田开发权在规定的时间内是可以进行转让的,也可作为项目投资。由于海外油田开发项目具有投资金额高而投资金额又具有不可撤回性(如开发油田的钻井及铺设管道投入的资金等)的特点,因而投资风险较大。

判断海外油田开发投资是否可行及对之作为项目转让的标的如何进行评价一直是一个难题,目前这方面的研究还较少。在油田投资开发决策的实物期权评价方面,国内学者多关注几何布朗运动和均值回复模型,总体上看,实物期权应用于油田投资开发决策研究尚处在起步阶段,还没有涉及油价跳跃波动对油田开发项目价值的影响。

事实上油价的走势往往呈现间断的“跳空”形态而非光滑移动,石油价格从2000年起发生了很大波动,2000年是25美元/桶,到2008年最高达140美元/桶,石油价格的跳跃波动增加了对油田进行投资开发的风险。为了测评海外油田投资决策的科学性,本文借鉴Merton构建了一个石油价格遵循跳跃过程的模型,在石油价格几何布朗运动之上加上了各种跳跃。考虑到在油田投资开发决策阶段,对储量规模、地质条件、开发工艺等不确定信息已基本掌握,因此油价的波动是影响油田投资开发效益的主要因素。再结合石油公司在油价波动阶段可调整开发时间、投资规模或进行转让投资这样一种柔性管理特性,本文提出价格服从跳跃扩散的石油开发项目决策模型,以为海外油田开发项目投资决策提供科学依据。

二、模型建立

1. 模型假设。

假设1:原油价格跳跃是由系统性风险引起的。

假设2:海外油田开发项目不存在无风险套利。

假设3:海外油田开发项目不存在风险对冲情况。

假设4:海外油田开发项目拥有经营权的时间为T。

设P为原油每桶的价格,单位为美元/桶。原油价格服从均值回复跳跃的随机波动, \bar{P} 为原油预期回复价格, λ 为跳跃发生频率, k 为平均跳跃幅度占原油价格上升幅度的比率。假定跳跃幅度的比例从模型的概率分布中抽取,由跳跃带来的平均增长率为 λk , η 为油价均值回复的速度,由此几何布朗运动提供的预期增长率为 $\eta(\bar{P}-P)-\lambda k$ 。则根据Merton提出的随机波动模型如下:

$$\frac{dP}{P} = [\eta(\bar{P}-P) - \lambda k] dt + \sigma dz + dq \quad (1)$$

$$dq = \begin{cases} 0, & \text{with probability } 1 - \lambda dt \\ \phi - 1, & \text{with probability } \lambda dt \end{cases} \quad (2)$$

$$k = E(\phi - 1) \quad (3)$$

式中: dz 是维纳过程, dq 是产生跳跃的泊松过程, σ 是无跳跃时油气价格的波动率, dz 和 dq 的过程相互独立。

2. 价格服从跳跃扩散的投资决策模型。在上述假设前提下,根据原油价格波动模型,由伊藤(Itô)引理,动态规划可得油田开发项目投资决策模型。令 $F(P, t)$ 为每桶油田开发实物期权价值, $NPV(P) = V(P) - D$ 是每桶开发油田的净现值, $V = qP$ 为每桶油田储量价值,则:

$$F(P, t) = \max \begin{cases} [V(P) - D, E[F(P+dP, t+dt)e^{-\rho dt}]], & \text{for all } t < T \\ P^*(t) [V(P) - D, 0], & \text{for } t = T \end{cases} \quad (4)$$

在上述假设前提下,根据原油价格波动模型,由伊藤(Itô)引理,得到如下偏微分方程:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 P^2 F_{PP} + \{\eta(\bar{P}-P) - \lambda E[\phi - 1]\} P F_P + F_t + \lambda E[F(P\phi, t) - F(P, t)] = \rho F \quad (5)$$

ρ 为原油的便利收益率,是一个外生的风险调整贴现率。在不完善市场情况下,风险调整贴现率可以是:①市场估计的贴现率;②投资人通过检验风险溢价,选择指定的效用函数

确定的风险调整贴现率;③可选择任意外生价值。

假定该模型存在跳跃的系统风险(这个系统风险与市场的投资组合有关),市场是不完善的,因此不可能构建无风险的投资组合。本文只简单地选择一个外生的风险调整贴现率,Dixit 和 Pindyck(1994)用公司的贴现率、资本成本来估计未来的市场。其方程的边界条件为:

$$F(0, t) = 0 \quad (6)$$

$$F(P, T) = \max[V(P) - D, 0] \quad (7)$$

$$F(P, T) = V(P) - D \quad (8)$$

$$F_p(P^*, t) = V_p(P^*) = q \quad (9)$$

式中: ϕ 为油价跳跃幅度的密度; T 为企业拥有油田开发权的年限; P^* 为油价门限,即美元/每桶; V 为油田生产期间的价值。在投资期权的最优投资油价 P^* 处为执行其投资期权,企业将支付一次性投资 D , 获得价值为 $V(P^*)$ 的油气田开发项目,由此得到价值匹配和平滑粘贴的边界条件。

式(6)是投资于该项目买入期权的一个条件,如果油气价格 $P=0$,则在任意时刻油气项目的期权价值为零,那么该项目在任意时刻就不值得投资。

式(7)表示的是项目到期时投资的最佳选择。到期时投资者有两个选择,要么立即投资($V(P) > 0$),要么就是放弃,即选择净现金流大于零的项目。

式(8)和式(9)则是考虑立即投资的条件,第一个条件就是价值匹配的条件,即油气价格 P^* 在最佳投资点位的净现金流 $V(P^*) - D$ 。

式(9)是平滑粘贴条件, $V(P^*)$ 是执行项目还是不执行项目的临界值,即投资决策的阈值, $F(P, t)$ 构成的阈值曲线上期权价值应当和投资项目的价值相当。如果 $F(P, t)$ 在执行点 $V(P^*)$ 不是连续光滑相切,那么投资者最好还是再选择别的点位。根据以上模型和方程的边界条件,我们可得图 1:

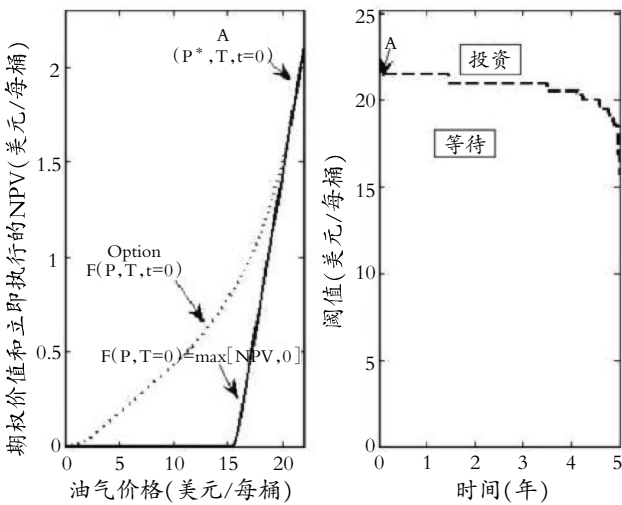


图 1 平滑粘贴的边界条件点

图 1 反映油田开发项目在规定的期限内初始投资的最佳点。由图 1 可知,A 点是平滑粘贴的边界条件点,就是油田开发初始投资的最佳点。那么在项目到期之前,图 1 如反映在剩余期限之内,则形成一条虚线,该虚线是投资的最优价格曲

线。在虚线之上是项目投资的区间,在虚线之下是项目等待投资的区间,图中的 A 点是项目投资初期投资的最优价格点,如果价格未确定,那么投资者选择等待。

3. 投资决策模型求解。对式(5)采用显式差分法求解,偏导数在这里采用逼近的差分法。令:

$$F(P, t) = F(i \Delta P, j \Delta t) = F_{ij}, 0 \leq i \leq m, 0 \leq j \leq n_1 \text{ with } n_1 = T_1 / \Delta t \quad (10)$$

$$F_{pp} \approx [F_{i+1,j} - 2F_{i,j} + F_{i-1,j}] / (\Delta P)^2 \quad (11)$$

$$F_p \approx (F_{i+1,j} - F_{i-1,j}) / 2 \Delta P \quad (12)$$

$$F_t \approx (F_{i,j+1} - F_{i,j}) / \Delta t \quad (13)$$

对价格的变化采用中差,对时间采用后差,则得如下偏微分方程:

$$F_{ij} = p^+ F_{i+1,j-1} + p^0 F_{i,j-1} + p^- F_{i-1,j-1} + p_{\text{jump}} E \tilde{\varphi}_{i,j-1} \quad (14)$$

其中:

$$p^+ = \frac{\Delta t}{\Delta t \rho + 1} \left[\frac{\sigma^2 i^2}{2} + \frac{i(\eta \bar{P})}{2} - \frac{i^2 \eta \Delta P}{2} - \frac{i \lambda k}{2} \right] \quad (15)$$

$$p^0 = \frac{\Delta t}{\Delta t \rho + 1} \left(\frac{1}{\Delta t} - \sigma^2 i^2 - \lambda \right) \quad (16)$$

$$p^- = \frac{\Delta t}{\Delta t \rho + 1} \left[\frac{\sigma^2 i^2}{2} - \frac{i(\eta \bar{P})}{2} + \frac{i^2 \eta \Delta P}{2} + \frac{i \lambda k}{2} \right] \quad (17)$$

$$p_{\text{jump}} = \frac{\Delta t}{\Delta t \rho + 1} \lambda \quad (18)$$

$$k = E(\tilde{\varphi} - 1) \quad (19)$$

方程的边界条件:

$$F_{0,j} = 0 \quad (20)$$

$$F_{i,n} = \max[qi \Delta p - D, 0] \quad (21)$$

$$F_{i,j} = qi^* \Delta p - D \quad (22)$$

$$F_{i+1,j} - F_{i-1,j} = 2q \Delta p \quad (23)$$

三、基于 MATLAB 的算例分析

1. 均值回复跳跃扩散模型算例分析。根据国际油价波动情况,设定以下参数值: $q=33.33, \bar{P}=20, \sigma=22, \eta=0.03, D=5.25, T=5, \rho=0.1, \lambda=0.15$ 。采用 MATLAB,运用差分法进行编程计算,求得投资的临界值,如图 2 所示:

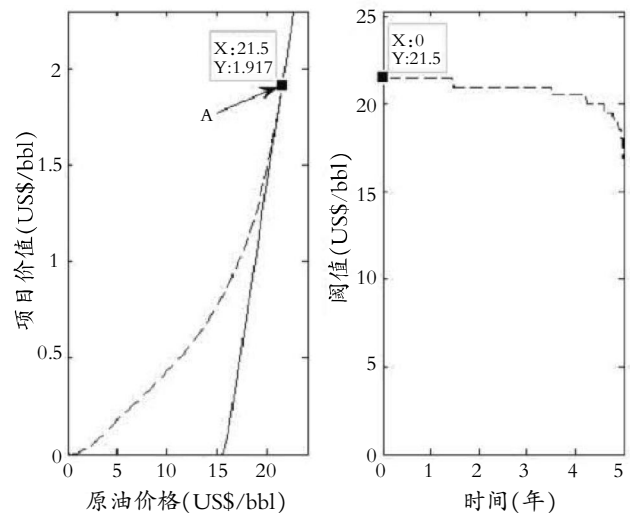


图 2 均值回复跳跃模型项目价值及投资阈值

图 2 表示油气项目在规定的期限内投资的最佳点。由图 2 可知,在 $t=0$ 时刻,油气价格 $P^*=21.5$ 美元/每桶,油气项目可获得最大的经济价值,即图中 A 点,此时, $F(P^*=21.5, t=0)=1.917$ 美元/每桶。

2. 与均值回复模型算例的比较分析。采用同样的参数比较均值回复跳跃与均值回复两模型,其投资决策判断会有一些的差异(具体见下表),因而会对投资决策产生一定的影响。

两种模型的数据比较

| 模型 | F(P=12) | F(P=D/q) | F(P=18) | $P^*(t=0)$ | $P^*(t=5)$ |
|--------|----------|----------|---------|------------|------------|
| 均值回复跳跃 | 0.548 65 | 0.869 46 | 1.118 | 21.5 | 15.75 |
| 均值回复期权 | 1.067 7 | 1.394 2 | 1.595 3 | 24 | 15.75 |

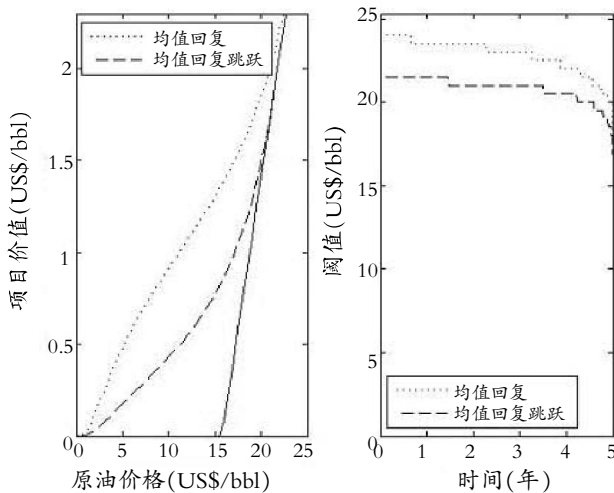


图 3 两种模型下的项目价值及阈值比较

从上表和图 3 可以看出,均值回复跳跃模型的投资临界点与均值回复期权模型的投资临界点在项目到期时是相同的,但是在项目初始投资时的投资临界点均值回复期权模型高于均值回复跳跃模型的投资临界点。假设目前的石油价格为 16 美元/每桶 $P < 21.5$ 美元/每桶,无论是运用均值回复跳跃模型,还是运用均值回复期权模型,都可采用推迟或拒绝的投资策略。如 21.5 美元/每桶 $P < 24$ 美元/每桶时,采用均值回复期权模型则有可能推迟或拒绝均值回复跳跃模型的执行决策,导致企业不必要的损失和失去获利机会。

此外,由上表还可以看出,与均值回复跳跃模型相比,均值回复期权模型总是高估项目的价值,这对企业投资决策会带来不利的影响:若企业在竞标时采用均值回复期权模型评估,则会高估项目的价值,竞得该项目则增加了企业投入的成本,为企业带来不必要的投资压力;若企业未竞得该项目,即放弃该项目,则企业可能失去好的投资机会;若企业想转让该项目,也无法顺利地进行。

四、结论

从实际情况来看,油价的走势并不是一直向上或一直向下的,而是波浪式的,有时甚至是跳跃式的,而并非光滑移动。通过上述对两个模型的测算分析可以看出,均值回复期权模型忽略油价的这种“跳跃”过程,显然与客观实际不符,而均值

回复跳跃模型则弥补了均值回复期权模型的这一缺陷,考虑了油价的这种“跳跃”过程,具有应用价值。

本文根据油价跳跃扩散的随机过程,建立均值回复跳跃扩散的投资决策模型,对海外油气项目价值进行评估。采用不同的价值评估模型,评估的策略也会不同,本文对采用均值回复和均值回复跳跃两个模型进行了对比研究,发现油气价格的波动尤其是油气价格介于均值回复跳跃模型的临界点时,均值回复跳跃模型评估的结论是立即实行投资,而均值回复期权模型评估的结论则是推迟或放弃投资。

鉴于均值回复期权模型高估项目价值的情况,对于竞标项目来说有两种选择:①努力竞得该项目,增加企业的投入成本;②干脆放弃该项目,也就是放弃一次投资机会。但对于转让的项目,高估项目价值不利于项目的转让。因为没有人愿意接受一个预期价值已很高而很难获得收益的投资项目。可见,均值回复跳跃模型比均值回复期权模型在评估项目时更可靠些,会减少判断失误和投资损失。

【注】本文系中央高校基本科研业务费专项资金科研项目“关联油气勘探项目投资组合的实物期权研究”(项目编号:2010089026)和湖北省教育厅人文社会科学研究项目“关联油气项目的投资经济评价研究”(项目编号:2011085005)的阶段性研究成果。

主要参考文献

1. Dias, M.A.G., Rocha, K.M.C., Teixeira, J.P. The optimal investment scale and timing: a real option approach to oilfield development. Petrobras-PUC-Rio. 2003;11
2. Dias, M.A.G. Valuation of exploration and production assets: An overview of real options models. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2004;44
3. Al-Harthi, M.H. Stochastic oil price models: comparison and impact. The Engineering Economist, 2007;52
4. Changhyup Park, Joe M. Kang, Taewoong Ahn. A stochastic approach for integrating market and technical uncertainties in economic evaluations of petroleum development. Petroleum Science, 2009;3
5. Tourinho O.A.F. The valuation of natural resources: an option pricing approach. Berkeley: University of California, 1979
6. Brennan, M.J., Schwartz, E.S., Evaluating natural resource investment. Journal of Business, 1985;58
7. McDonald, R., Siegel, D. The value of waiting to invest. Quarterly Journal of Economics, 1986;11
8. Paddock J.L., Siegel D.R., Smith J.L. Option valuation of claims on real assets: the case of offshore petroleum leases. Quarterly Journal of Economics, 1988;8
9. Dixit A.K., Pindyck R.S. Investment Under Uncertainty, NJ: Princeton Univ. Press, 1994
10. Dias, M.A.G., Rocha, K.M.C. Petroleum concessions with extendible options using mean reversion with jumps to model oil prices. Working Paper Petrobras and IPEA, 1999;1