风险与收益权衡的证券投资组合决策方法

高培旺(教授)

(广西财经学院 南宁 530003)

【摘要】本文提出了一个证券投资组合的期望效用最大化模型及其分析方法,把客观的市场环境和投资者的主观态度结合起来构建证券组合策略。在这个模型中,假设投资者对证券投资持谨慎保守态度,且通过一个指数效用函数来对其进行描述,这样,投资者可以自己设置不同的风险厌恶系数。接下来,本文引入了证券组合的变异系数作为投资者权衡风险与收益的工具,当变异系数达到投资者对风险与收益权衡的一个设定值时,由此产生的证券组合是符合投资者偏好和市场环境状况的最佳策略。最后,本文应用此模型和方法对一个简单的证券组合例子进行了实证分析。

【关键词】证券组合 风险 收益 变异系数 效用决策

一、引言

众所周知,证券市场是一个高收益、高风险的资本市场,如何保证预定的收益、规避市场风险是每一个投资者关注的问题。资产组合的理论与实践已经证明,适当的多种证券组合可以有效地降低系统风险。传统的证券组合管理靠非数量化的方法即基础分析和技术分析来选择证券,构建和调整证券组合。然而,对于高风险的证券市场仅仅依靠逻辑推理等非定量分析方法进行决策是远远不够的。1952 年著名经济学家 H.Markowitz 系统地提出了最佳资产组合的基本模型,开创了现代证券组合管理的先河。一般来说,组合管理的目标是实现投资效用最大化,即投资者在实现一定收益水平的同时,使面临的风险达到最低,或投资者在可接受的风险水平之内,使投资收益达到最大。

由此出发,至少有两种不同的最优化准则用于获得证券组合策略:一种是最低风险或最大收益准则,它只考察客观的市场环境状态及其变化趋势;另一种是基于投资者偏好的期望效用准则,充分考虑投资者的个性和主观意愿。

实际上,证券市场受各种因素的影响变幻无常。投资者制定组合投资策略既需要关注证券市场的好坏及其变化趋势,也需要过人的胆识和果断面对风险的态度,以抓住稍纵即逝的机会。为此,本文提出了一个证券投资组合的期望效用最大化模型及其分析方法,把客观的市场环境和投资者的主观态度结合起来构建证券组合策略。在这个模型中,假设投资者对证券投资持谨慎保守态度,通过一个指数效用函数来描述,这样,投资者可以根据自己的个性设置不同的风险厌恶系数。一般来说,随着风险厌恶系数增高,证券组合的风险会下降,但收益也常常随之减少,众所周知投资者是逐利的,希望获得比无风险收益更高的回报,因此,风险厌恶系数的选取也不是越大越好,应该结合市场的实际状态来决定。本文还引入了证券组合的变异系数,作为投资者权衡风险与收益的工具,当变异系数达到投资者对风险与收益权衡的一个设定值时,由此产生的证券组合是符合投资者偏好和市场环境状况的最佳策

表 6　材料费用分配表

产品名称	定额耗用量	分配率	分配金额
甲	22 800		9 409.05
乙	6 278.4		2 590.95
小计	29 078.4	0.412 7	12 000

其中:

甲产品定额耗用量:22 800=800×3×(1-50%)+7 200×3

乙产品定额耗用量:6 278.4=320×1.8×(1-60%)+(3 680-800)×1.8+800×1.8×60%

2. 人工费用和制造费用的分配。产品成本除了材料成本,还包括人工成本和制造费用成本。

若分配的是共同的人工费用或制造费用,由于其总是随着加工进度陆续发生,因此,在运用定额比例法分配时,可以比照材料伴随着加工进度逐步投入的计算方法进行。

五、结论

费用分配的准确性直接影响着成本信息的可靠性。不同的投料方式决定了本期费用不同的承担对象,投料程度影响着费用的承担比例,从而影响着成本核算数据的准确性。在运用定额比例法时,需要区分不同的投料方式分别确定费用承担对象,并根据具体的投料程度计算承担比例;对于共同人工成本和制造费用成本的分配,计算定额耗用量时也应考虑加工进度,从而确保成本计算数据的准确性。

从上例也可以看出,在确保分配准确的同时,计算将变得相对复杂,计算工作量增加。如果共同费用不多,在不对计算准确性造成较大影响的前提下,也可以采用相对简单的方法,如按一次投料方法计算分配,以简化核算工作。

主要参考文献

董淑芳.成本会计实务.北京:中国人民大学出版社,2009

略。最后,应用此模型和方法,我们对一个简单的证券组合例子进行了实证分析。根据本文的模型和分析方法,投资者可以跟踪市场环境的动态变化,适时调整相应的变异系数的设定值,以对证券组合进行再分配,取得更好的长期投资效果。

二、证券组合投资的效用决策模型

在本文提出的证券组合投资模型中,我们假定市场是无摩擦的,即不考虑交易成本及对红利、股息和资本收益的征税,且市场不允许借贷和卖空,只有一个无风险利率。

由于受各种因素影响,证券市场实际上并不处于均衡状态。因而,我们有可能从市场上取得超额投资收益,同时也担负着亏损的风险。假设投资者选择了 n 种风险证券进行投资,对第 i 种证券的投资比例为 $x_i(i=1,2,\cdots,n)$。如果第 i 种证券的预期收益率为 r_i,通常 r_i 是一个随机变量,该证券的风险可用其收益率的方差描述,即 σ_i^2。r_0 为无风险收益率。则证券组合 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$的预期收益率和风险分别为:

$$r=\sum_{i=1}^{n} r_i x_i \qquad (1)$$

$$\sigma^2=\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2 x_i^2+2\sum_{1\leqslant i<j\leqslant n}\sigma_{ij}x_i x_j \qquad (2)$$

其中,$\sigma_{ij}=Cov(r_i,r_j)$为第 i 种证券与第 j 种证券收益的协方差,且风险证券投资比例满足资金供给限制条件:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i\leqslant 1 \qquad (3)$$

引入松弛变量 $x_0=1-\sum_{i=1}^{n}x_i$,它表示资金用于无风险投资的比例。

显然每一个投资者都希望证券组合投资产生的预期收益率最高且风险最小。然而,证券投资的理论和实践表明,回报较大的证券往往蕴含的风险也较大,此时,就需要考验投资者个人的才智、胆识和经验,考验投资者在不确定的市场环境下对风险的态度,这可以由投资者的效用曲线来描述。不妨设投资者对证券投资持谨慎保守态度,选择一个指数效用函数:

$$u(x)=1-e^{-bx},b>0 \qquad (4)$$

其中,b 表示投资者厌恶风险的系数。

为了使问题易于处理,不妨假设证券组合的预期收益率 r 是一个正态随机变量,则-br 服从均值为-bE(r)、方差为 $b^2\sigma^2$ 的正态分布,投资者对该证券组合的期望效用为:

$$E(U(r))=1-E(e^{-br})$$
$$=1-\exp[-bE(r)+\frac{1}{2}b^2\sigma^2] \qquad (5)$$

其中,$E(r)=\sum_{i=1}^{n}\bar{r}_i x_i$ 为证券组合预期收益率的期望,$\bar{r}_i=E(r_i)(i=1,2,\cdots,n)$为第 i 种证券预期收益率的均值。

投资者最佳的证券组合投资策略应该在满足资金供给约束公式(3)和不允许卖空的条件下,使证券组合的期望效用公式(5)达到最大,于是,我们得到如下投资效用决策模型(PUM):

$$\max \quad E(r)-\frac{1}{2}b\sigma^2$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n}x_i\leqslant 1$$
$$x_i\geqslant 0,i=1,\cdots,n$$

三、风险与收益权衡的证券组合投资策略

对于证券投资组合问题,模型通常是一个凸二次规划,因而存在全局最优解。给定投资者的风险厌恶系数 b,求解模型,可以得到适合投资者需要的证券组合。

然而,证券投资的风险和收益是动态变化的,理性的投资决策者应该根据自己的偏好和对当前证券市场状况的评估,适时调整风险厌恶系数 b,以制定符合自己需要和符合客观实际的最佳证券组合策略。

一般来说,风险厌恶系数 b 取得越大,意味着投资者更倾向于保守。此时,证券组合的投资风险会降低,但同时收益也会减少。众所周知,每一个参与证券市场的投资者都是以追逐利润为最终目的的,因此,投资者应该权衡风险和收益来选取适当的风险厌恶系数 b。

我们使用证券组合的变异系数,即:

$$CV=\frac{\sigma}{E(r)} \qquad (1)$$

用它作为权衡风险和收益的工具。显然,变异系数 CV 越小,投资者的证券组合收益对风险的补偿就越多,这样的风险收益点常常位于投资者的无差别曲线上方,符合投资者的组合收益对风险的补偿原则。当变异系数 CV 达到最小时,具有最大预期收益率期望 E(r)的证券组合将是投资者最理想的投资策略,相应的风险厌恶系数充分反映了保守投资者的谨慎态度和根据实际市场环境尽可能逐利行为的完美结合。由于计算的复杂性,有时要获得变异系数 CV 的最小值非常困难,实际上,每个投资者都有一个自己对投资风险与收益权衡后产生的变异系数的上限(设定值)CV^U,即要求满足条件:

$$CV\leqslant CV^U \qquad (2)$$

CV^U 可由投资者根据证券市场的好坏和可承受风险的能力进行动态调节和控制。如果市场有利好环境,且投资者具有较强的风险承受能力,投资者可调高变异系数的上限,以获得更大的预期收益。于是,给定投资者的变异系数上限 CV^U,我们只需找到满足(2)式的最大变异系数 CV 和相应的风险厌恶系数 b,求解相应的效用决策模型,就可得到适合投资者需要的证券组合策略。

综上所述,确定证券组合策略的步骤可详细描述如下:

步骤 1:给定投资者的风险厌恶系数 b 一个初始值 b_0 和适当的增量△b,求解相应的模型后,使得证券组合的变异系数 CV 满足:$CV>CV^U$。

步骤 2:取 b=b+△b,再求解相应的效用决策模型后,得到一个最优解 x1,x2,…,xn,计算该组合的风险 σ,预期收益率的期望 E(r)和变异系数 CV,如果 CV 满足(2)式,则当前的证券组合就是适合投资者偏好的最佳投资策略,计算结束。否则,返回步骤 2 继续增大风险厌恶系数。

步骤 3:如果投资者想求得变异系数 CV 的最小值,且具

不同风险厌恶系数下模型的计算结果

风险厌恶系数b	组合风险σ	预期期望收益率E(r)	变异系数CV	证券组合x	无风险投资比例x_0
1.0	0.136 89	0.120 55	1.135 6	(0.162 33,0.368 54,0.199 21,0.269 92)	0.0
1.5	0.092 749	0.114 46	0.810 29	(0.128 62,0.420 84,0.220 10,0.230 44)	0.0
2.0	0.071 098	0.111 42	0.638 08	(0.111 76,0.446 99,0.230 54,0.210 71)	0.0
2.5	0.058 420	0.109 60	0.533 03	(0.101 65,0.462 67,0.236 81,0.198 87)	0.0
3.0	0.050 209	0.108 38	0.463 25	(0.094 91,0.473 13,0.240 99,0.190 97)	0.0
3.5	0.044 532	0.107 51	0.414 19	(0.090 09,0.480 60,0.243 97,0.185 33)	0.0
4.0	0.040 423	0.106 86	0.378 27	(0.086 48,0.486 21,0.246 21,0.181 10)	0.0
5.0	0.034 979	0.105 95	0.330 14	(0.081 42,0.494 05,0.249 35,0.175 18)	0.0
6.0	0.031 631	0.105 34	0.300 27	(0.078 05,0.499 28,0.251 44,0.171 23)	0.0
7.0	0.029 429	0.104 91	0.280 52	(0.075 64,0.503 01,0.252 93,0.168 41)	0.0
8.0	0.027 907	0.104 58	0.266 84	(0.073 84,0.505 82,0.254 05,0.166 30)	0.0
9.0	0.026 814	0.104 33	0.257 01	(0.072 43,0.507 99,0.254 92,0.164 66)	0.0
10.0	0.026 003	0.104 13	0.249 73	(0.071 31,0.509 74,0.255 61,0.163 34)	0.0
50.0	0.022 384	0.102 67	0.218 02	(0.063 22,0.522 29,0.260 63,0.153 87)	0.0
100.0	0.022 261	0.102 48	0.217 22	(0.062 21,0.523 86,0.261 25,0.152 68)	0.0
200.0	0.022 23	0.102 39	0.217 11	(0.061 70,0.524 64,0.261 57,0.152 09)	0.0
500.0	0.009 212	0.042 43	0.217 11	(0.025 56,0.217 42,0.108 40,0.063 02)	0.585 6

有最大预期收益率期望的证券组合，则继续增大风险厌恶系数，直到变异系数不再减少，那么，当前的证券组合就是投资者最理想的投资策略。

四、方法应用

我们以张京提出的一个简单证券组合问题为例来阐述本方法的应用。假定该组合中四个证券的预期收益率分别是$\bar{r}_1=0.13$，$\bar{r}_2=0.055$，$\bar{r}_3=0.14$和$\bar{r}_4=0.19$，它们的协方差矩阵为：

$$(\sigma_{ij})=\begin{bmatrix} 0.20 & -0.10 & 0.15 & 0.01 \\ -0.10 & 0.15 & -0.16 & -0.20 \\ 0.15 & -0.16 & 0.23 & 0.10 \\ 0.01 & -0.20 & 0.10 & 0.52 \end{bmatrix}$$

给定投资者的证券组合变异系数的上限$CV^U=0.25$，置投资者的风险厌恶系数的初始值$b_0=1.0$，求解效用决策模型后，我们得到一个证券组合，相应的变异系数$CV=1.135\ 6>CV^U$。由此出发，逐步增大投资者的风险厌恶系数，一开始，取厌恶系数的增量$\triangle b=0.5$，随着变异系数的下降幅度减缓，加大增量$\triangle b$的值，如取$\triangle b=1.0,40.0,50.0$等，直到变异系数不再下降，计算结束。对不同风险厌恶系数求解模型的计算结果如上表所示。

根据上表，当投资者的风险厌恶系数达到$b=10.0$时，证券组合的变异系数满足：$CV\leqslant CV^U$，此时，投资者的最佳证券组合策略是$x^*=(0.071\ 31,\ 0.509\ 74,\ 0.255\ 61,\ 0.163\ 34)$；进一步，如果将风险厌恶系数增大到$b=200.0$，证券组合的变异系数不再下降，相应的证券组合$x^{**}=(0.061\ 70,0.524\ 64,0.261\ 57,0.152\ 09)$应是投资者最理想的组合投资策略。从表中我们还看到，若将风险厌恶系数增大到$b=500.0$，则意味着投资者应把资金的58.56%撤除证券市场用于无风险投资，以规避市场积聚的风险。

五、结束语

本文提出的证券组合效用决策方法可以把投资者的主观态度和市场的实际状况结合起来，通过风险与收益的权衡产生适合投资者需求的证券组合策略。由于证券市场时时处于波动变化之中，因此保守投资者必须不断调整自己的风险厌恶系数b或变异系数的上限CV^U，以适应新的市场环境，持续保证最佳的证券组合投资效用。值得一提的是，当证券市场的风险开始集聚时，投资者应该增大自己的风险厌恶系数b，将更多的资金转移用于无风险投资。

另外本文是在市场无摩擦的假设下进行证券投资组合优化分析的，这显然不符合实际。若考虑交易费用等因素，则频繁的组合调整必将引起巨大的成本。我们将在以后讨论带交易费用的证券投资组合的动态分析方法。

【注】本文系广西自然科学资助课题(桂科自0728260)的阶段性研究成果。

主要参考文献

1. 中国证监会证券从业人员资格考试委员会办公室.证券投资分析.上海:上海财经大学出版社,1999

2. 林军.具有模糊系数的证券组合投资选择模型.系统工程理论方法应用,2002;11

3. 陈金龙,张维.CVAR与投资组合优化统一模型.系统工程理论方法应用,2002;11

4. 张京. 非负约束条件下组合证券投资决策的分枝定界法.数学的实践与认识,2004;34

5. 姜青舫. 证券投资的风险偏好与期望效用决策模型.审计与经济研究,2006;21

6. 杨洋,刘广应,张燕.单时期证券市场的最优投资组合.数学的实践与认识,2008;38