

# 马尔可夫过程在投资决策中的应用

西南财经大学 王平 曾力

对于净现值法的局限性,国内现有文献大多引入实物期权理论对其进行修正。

但无论是传统净现值法还是实物期权法都隐含了这样一个假设:期望现金流量等于实际现金流量。显然,在复杂多变的环境下,这个假设是不可能成立的,特别是对较为远期的预测而言。为了用尽可能合理的方法,避免较为远期的主观估计,尽量准确地预测未来的情况,笔者提出了传统净现值法的马尔可夫过程修正。

## 一、马尔可夫过程在净现值计算中的应用

净现值是对未来现金净流量的贴现,在现有的计算方法中大多采用静态计算方法或期望值法,即将现金流入和现金流出都作为常量处理,或即使作为变量,其分布概率也被认为是不可变的。但有些项目的现金净流量不能简单地被认为是常量,将现金净流量视为具有一定概率分布且概率随时间而

变化的随机变量更为恰当,这时采用静态计算方法显然不合理。为此,可选择马尔可夫过程计算现金净流量的概率分布,以此获得现金净流量的期望值,从而得到净现值。

假设某项目未来经营情况有  $N$  种状态,每一种状态出现的初始概率分别为:  $S_1^{(0)}, S_2^{(0)}, \dots, S_N^{(0)}$ 。相邻两阶段状态转移概率矩阵为  $P=(P_{ij})_{N \times N}$ , ( $P_{ij}$  为从状态  $i$  经过一个阶段转移到状态  $j$  的概率),各个阶段每种状态下现金净流量为  $C_i$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ),则项目第  $n$  年的经营状态概率向量  $S^{(n-1)}$  为:

$$\begin{aligned} S^{(n-1)} &= (S_1^{(n-1)}, S_2^{(n-1)}, \dots, S_N^{(n-1)}) \\ &= \left[ \sum_{i=1}^N S_i^{(n-2)} P_{i1}, \sum_{i=1}^N S_i^{(n-2)} P_{i2}, \dots, \sum_{i=1}^N S_i^{(n-2)} P_{iN} \right] \\ &= [S_1^{(n-2)}, S_2^{(n-2)}, \dots, S_N^{(n-2)}] \begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1N} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{N1} & P_{N2} & \dots & P_{NN} \end{vmatrix} \\ &= S^{(n-2)} P = S^{(0)} P^{n-1} \end{aligned}$$

第  $n$  年的期望现金净流量为:

$$\begin{aligned} E(C_n) &= S^{(n-1)} (C_1, C_2, \dots, C_N)^T \\ &= S^{(0)} P^{(n-1)} (C_1, C_2, \dots, C_N)^T \end{aligned}$$

预计项目寿命期为  $T$  年,则项目净现值为:

$$N = \sum_{n=1}^T a_n E(C_n) / (1+R)^n$$

其中:  $a_n$  表示第  $n$  年期望现金净流量的肯定当量系数,  $R$  表示项目选择的贴现率。

系统在状态转移过程中如果满足以下条件,则称此系统的状态转移过程为齐次马尔可夫过程:①系统的状态空间不变;②系统的转移矩阵稳定;③系统的状态转移仅受前一状态的影响,即无后效性;④经过较长一段时期后,系统逐渐趋于稳定状态,即系统处于各状态的概率保持不变,而与初始状态无关。根据马尔可夫理论,系统处于稳定状态时,其各状态的概率向量  $S=(S_1, S_2, \dots, S_N)$ , 其中:  $S=SP, S \geq 0, \sum_{i=1}^N S_i=1$ 。

## 二、应用实例

下面以公路投资项目为例说明其应用。公路投资项目有其自身固有的特点,在其未来现金净流量的构成中,现金流出主要包括公路养护费、养护人员工资、收费系统运营费(包括收费站设置和经营费、收费人员工资等),其数量较为固定,因此也较好预测。其现金流入的预测则是关键。现金流入主要来自于对过往车辆收取的过路费,这依赖于公路项目的交通量预测,而交通量的预测值只能是一个随机变量,且每年的分布概率为变量。若应用马尔可夫过程计算该类投资项目净现值,需对变量的初始状态进行描述,再对状态转移概率矩阵进行预测,然后对每种概率分布下的收入值进行预测,这些可以通过向专家咨询和由历史数据得到。下面以重庆某收费公路项目为例。

已知公路概算投资总额为 5 846 万元,加权资金成本为 5%,建设期为 2 年,该公路以 BOT 方式建设,经营期为 20 年,经营期满后无偿移交给政府。经专家分析,该公路的经营状态有好、中、差三种,经营期第一年其概率分别为 0.6、0.2、0.2,以后各年的状态转移矩阵为:

$$P = \begin{vmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{vmatrix}$$

第一年经营状态为好、中、差的收入分别为 310 万元、250 万元、200 万元,以后各年每档收入在此基础上递增 10%。运营费各年基本不变,为 30 万元。该公路各年现金净流量计算如下,选用肯定当量法计算项目净现值。

$E(C_1)=276$ (万元),  $q_1=d_1/E_1=0.16$ ,取  $a_1$  为 0.8,故经营第一年现金净流量为 190.8 万元。

第二年的状态向量为:

$$(0.6, 0.2, 0.2) \begin{vmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{vmatrix} = (0.58, 0.22, 0.20)$$

$E(C_2)=302$ (万元)

.....

通过 MATLAB 编程计算,项目净现值  $N=336$ (万元),说明在现有条件下项目有盈利。根据上述公式计算,项目处于稳定经营状态的概率向量为:

$$S = \begin{vmatrix} -0.2 & 0.3 & 0.2 \\ 0.1 & -0.5 & 0.3 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.56 \\ 0.24 \\ 0.20 \end{vmatrix}$$

由此可见,公路最后的稳定经营状态概率向量为(0.56, 0.24, 0.20)。