

# 财务管理教学中的数学工具应用

湖北黄冈师范学院 夏庆利

**【摘要】** 本文对财务定量分析中的五种常用的数学技巧进行了分析,期望能加深学生对财务管理基本原理的掌握程度,提高财务管理教学质量。

**【关键词】** 财务管理 教学方法 数学技巧 应用研究

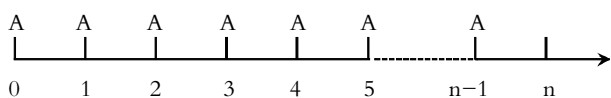
在现有的财务管理教科书中,定量分析基本上使用相同的数学模式,缺乏对隐含在其中的数学技巧的挖掘,从而导致初学者在财务定量计算时容易混淆。本文对财务管理中定量计算的技巧进行了分析,以期加深学生对财务管理基本原理的掌握程度,提高教学质量。

## 一、“平移”技巧

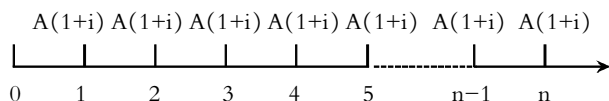
数学中的“平移”通常是指通过坐标轴平行移动,化简函数形式。在财务管理教学过程中,利用数学中的“平移”技巧也可以清晰地揭示出一些财务指标之间的关系。下面以预付年金转换为普通年金为例予以说明。

预付年金是指在一定时期内,各期期初等额的系列收付款项。它与后付年金的主要区别在于每期收付款项发生的时点不同,前者在期初,后者在期末。因为后付年金在现实生活中更常见,所以通常又称之为普通年金。财务管理教科书中一般均以普通年金作为教学的重点,分别介绍其现值和终值的计算,并且在教科书中附普通年金终值系数表和普通年金现值系数表,以方便相应的终值和现值的计算。而对于预付年金终值或现值的计算,一般是通过分析预付年金与普通年金之间的关系,利用普通年金终值系数或现值系数进行求解。但是现有的教科书中对于预付年金与普通年金之间的关系的分析都比较晦涩,学生理解较困难。如果利用数学中的“平移”技巧,则可以使这种分析变得更直观,从而方便学生理解和记忆。

依据预付年金的定义,预付年金可以用下图表示:



为了将预付年金转换为普通年金,可以将预付年金中每期发生的款项向后“平移”一期,根据复利终值的计算公式,平移后每期发生额均为原发生额乘以一年期终值系数,图示如下:



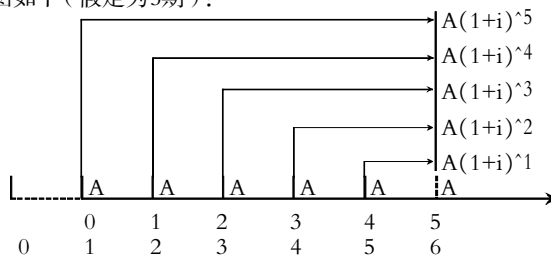
很显然,上图正是一个标准的每期发生额为A(1+i)的n年期普通年金。据此,预付年金的现值和终值计算公式可以

表示为:预付年金现值  $\overline{PVA}_{i,n} = A \times (1+i) \times PVIFA_{i,n}$ ; 预付年金终值  $\overline{FVA}_{i,n} = A \times (1+i) \times FVIFA_{i,n}$ 。

这样预付年金终值或现值的计算可以根据普通年金终值系数或普通年金现值系数计算出来,即只要给定贴现率和期数,利用普通年金终(现)值系数表就可以求出预付年金的终值或现值。这种转换虽然简单,但存在一个缺陷,即预付年金终(现)值与普通年金终(现)值系数之间的关系是非线性关系,如果想通过预付年金终(现)值倒推贴现率(或期数)非常困难,所以必须用新的办法。笔者认为“辅助图”技巧可以较好地解决此问题。

## 二、“辅助图”技巧

在几何学中,“辅助图”可以使看似毫不相干的几何图形紧密联系起来,从而揭示出隐含在其中的复杂几何关系或数量关系。在财务管理教学中,一些特殊的财务模型可以通过“辅助图”技巧转变成基本的财务模型,从而利用基本的财务原理分析、解决各种复杂的财务问题。下面以预付年金终值计算为例说明,根据预付年金的定义绘制它们的终值示意图如下(假定为5期):



图中,黑色实线部分为5年期预付年金终值示意图,通过虚线部分的辅助图,预付年金即转变成普通年金了。辅助图对预付年金的惟一影响是在“终值点”即第5期期末增加了一笔款项A。因为是在终值点增加,不需要折算,所以可从作辅助图后的普通年金终值中扣除增加的这个A,使之恢复到作辅助图以前的预付年金终值。

从上图可以看出,添加辅助图后,整个图是一个完整的6年期(比预付年金增加了一期)普通年金示意图,可以利用普通年金终值系数(PVIFA<sub>i,n</sub>)方便地计算出其终值,再根据作图说明,扣除一个A后,即为原来预付年金的终值。

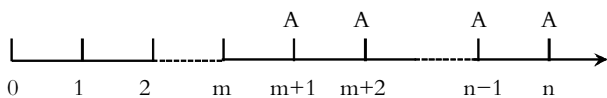
依此类推,对于一个n年期的预付年金,可以通过作辅助

图的办法,将此n期的预付年金转化n+1期的普通年金,再利用普通年金的终值计算公式方便地计算出预付年金的终值,即:预付年金的终值 $FVA_{i,n} = A \times FVIFA_{i,n+1} - A$ 。同理,可以推导出预付年金的现值 $PVA_{i,n} = A \times PVIFA_{i,n-1} + A$ 。用辅助图法推导出来的预付年金终(现)值与普通年金终(现)值系数之间呈线性关系,为进一步分析预付年金终值与贴现率(或期数)的关系打下了基础。

### 三、“凑项”技巧

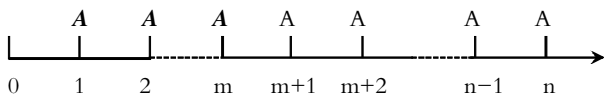
数学中的“凑项”经常在因式分解中使用,目的在于对复杂的方程或不等式求解。在财务管理教学中利用“凑项”技巧也可以化繁为简。下面以递延年金现值计算为例,说明“凑项”技巧在财务管理教学中的应用。

递延年金是指在最初若干期没有收付款项的情况下,随后若干期有等额的系列收付款项。可以用下图表示:



前m期没有收付款项,从m+1期期末开始收付款项,共发生n-m期。递延年金也可根据定义式进行计算,只是计算量大、计算复杂,但用“凑项”技巧将其转化为普通年金问题进行计算则较为简便。

比较递延年金与普通年金容易发现,在整个n期内,仅在前m期内未发生等额收付款项,在之后的n-m期内,是典型的等额系列收付款项。如果假设前m期也存在等额收付款项,即凑项,如下图:



图中斜体A为“凑项”,从图中可清楚看出,凑项部分刚好也是一个m期的普通年金,根据年金现值计算公式,“凑项”的年金现值为: $PVA_{i,m} = A \times PVIFA_{i,m}$ ,凑项后的系列收付款项为一个n期普通年金,其现值为: $PVA_{i,n} = A \times PVIFA_{i,n}$ 。所以,该项递延年金的现值为: $PVA_{i,n} = A \times (PVIFA_{i,n} - PVIFA_{i,m})$ 。

同理,可以推算递延年金的终值计算公式,从而使递延年金的现(终)值计算转换成普通年金现(终)值计算。学生在学习过程中不用死记硬背计算公式,只需要运用“凑项”的数学技巧,就可以方便地完成递延年金的计算。

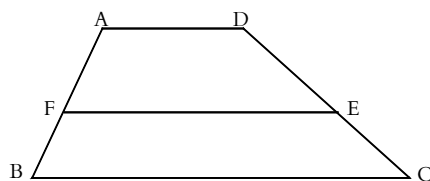
### 四、“微分”思想

“微分”思想是高等数学的基础,其几何意义可通俗地解释为:任一曲线在一个极小的范围内,可以由其切线代替,即“以直代曲”。“内插法”是“微分”思想在财务管理中的典型应用,主要用于求解投资项目的内部报酬率,或者推算一项投资的回收期等。在计算机和一些专用软件如Excel的帮助下,“内插法”几乎可以解决现实生活中所有复杂投资方案报酬率的计算。但是,学生普遍对“内插法”理解不透,所以在运用“内插法”时经常出现计算错误。事实上,“内插法”体现的正是微分学中“以直代曲”的思想,即将财务变量中的非线性关系在一定范围内假定为线性关系,从而通过已知量推算未知量。下面以年金现值系数与贴现率I的关系为例

说明“内插法”中的“微分”思想。

年金现值系数 $PVIFA = F(i, n)$ 为一非线性函数,在n已知,且 $\Delta i$ 很小时,根据“微分”思想 $PVIFA$ 与 $i$ 呈线性关系,即 $PVIFA = a \times i + b$ 。若查表 $i=i_0$ 时, $PVIFA = PVIFA_0$ ;  $i=i_1$ 时,  $PVIFA = PVIFA_1$ 。则: $a = (PVIFA_1 - PVIFA_0) \div (i_1 - i_0)$ 。  $b = PVIFA_0 - (PVIFA_1 - PVIFA_0) \div (i_1 - i_0) \times i_0$ 。所以对于任一 $PVIFA$ ,若 $PVIFA_0 \leq PVIFA \leq PVIFA_1$ ,必有: $i = (PVIFA - b) \div a = [PVIFA - PVIFA_0 + (PVIFA_1 - PVIFA_0) \div (i_1 - i_0) \times i_0 \times (i_1 - i_0) \div (PVIFA_1 - PVIFA_0)] \div (PVIFA_1 - PVIFA_0) \times (i_1 - i_0) + i_0$ 。此式正是“内插法”的理论公式。

为了便于记忆,还可以用“平行线截取的线段成比例”帮助记忆“内插法”的原理。因为比例关系是线性关系的一种特殊形式,所以可以利用“微分”思想进一步假定,非线性函数 $PVIFA = F(i, n)$ ,在n已知,且 $\Delta i$ 很小时,变量 $PVIFA$ 与 $i$ 呈比例关系;另外假定线段AB表示变量 $i$ ,线段DC表示变量 $PVIFA$ ,如下图:



平行线AD、FE、BC截取AB、DC两直线线段成比例,即: $AF \div AB = DE \div DC$ 。

假设其中AB轴上A、F、B的坐标分别为 $i_0$ 、 $i$ 和 $i_1$ ;DC轴上的D、E、C的坐标分别为 $PVIFA_0$ 、 $PVIFA$ 和 $PVIFA_1$ 。则上述线段比例式可以表示为: $(i - i_0) \div (i_1 - i_0) = (PVIFA - PVIFA_0) \div (PVIFA_1 - PVIFA_0)$ 。经过简单的变换,同样可以得到内插法的理论计算公式: $x = (PVIFA - PVIFA_1) \div (PVIFA_1 - PVIFA_0) \times (i_1 - i_0) + i_0$ 。

“内插法”广泛应用于财务决策中,比如投资项目内部报酬率的推算、投资回收期的推算等,在计算机和电子表格帮助下,重复运用“内插法”,可以根据非线性函数中的已知量准确地计算出其中的未知量。

### 五、“降次”思想

“降次”是数学中常用的解题方法,它通过“三角变换”或“泰勒展开”等方式将高次方程变换成低次或者一次方程,从而对方程求解。在财务管理中也存在大量需要“降次”的情况,如在预付年金期数推算中就需要用到“降次”的方法。

年金现值系数是关于贴现率的高次函数,用平移的方法推导出来的预付年金现值计算公式中包含年金现值系数与贴现率的乘积项,相当于增加了函数的“次数”,而使用“辅助图”只是增加了一个常数项A,通过简单的等量变换后,就可以使用上述“内插法”推算出贴现率(或者期数)。所以,在前面预付年金现值的计算中既介绍“平移”技巧,又介绍“辅助图”技巧,尽管“辅助图”技巧比“平移”技巧显得复杂,但正是因为“辅助图”具有“降次”的功能,所以必须介绍它。

### 主要参考文献

刘建宇.论数学能力是理财的必备基础.职业技术,2006;4