权证定价模型研究

王晓庆

（中央财经大学 北京 100081）

【摘要】本文以西方理论界的期权定价研究为基础，考虑了我国证券市场的特殊影响因素，对适合我国证券市场的权证定价模型进行了系统的研究，得出修正的权证定价模型，以期更为精确地计算权证的价值。

【关键词】权证 定价模型 影响因素

一、考虑回售价格的修正的备兑权证定价模型

相对一般备兑权证或股本权证，权证发行公司承诺投资者在权证到期日可以一定价格回售权证的股本权证具有特殊性，因为行权日该权证存在价值底线。在此情况下，我们假设承诺的回售价格为L，行权日权证价值为$Max(S_T-K,L)$，在原权证定价公式上加上回售价格L以无风险利率进行贴现的价值，即：

$$C=Le^{-r(T-t)}+SN(d_1)-Ke^{-r(T-t)}N(d_2) \qquad (1)$$

上式没有考虑股本稀释效应，适用于备兑权证的定价。但对于股本权证而言，由于权证到期日行权会导致股本扩张从而带来股价摊薄效应，权证持有人实际收益将会降低，如果直接使用公式（1）将会高估权证的价值。

在相同的假设下，二叉树定价模型的计算结果与离散化的B-S模型的计算结果相等，当建立二叉树图时选用足够小的步长，所得结果将与B-S模型相同。

二、考虑股本稀释、发行费用、回售价格效应的修正的股本认购权证定价模型

考虑到权证的股本稀释、发行费用、回售价格效应影响作用的存在，我们需要对定价公式进行修改。对上市公司来说，发行权证时有现金收入（权证发行价格×权证份数），这增加了公司价值；持有人行权时公司有现金流入（权证执行价格×权证份数），在增加公司价值的同时也会因扩大总股本而降低每股价值。假设权证发行公司在初始t时刻的流通股总数为N股，发行M份欧式认购权证，权证发行时定价为W，那么t时刻该公司的价值增长为$V_t=NS_t+MW$。每份认购权证允许权证持有人在T时刻获得i份标的资产，权证执行价格为K元。在T时刻投资者执行认购权证，那么公司就有现金流入，则公司的股权价值从初始时刻的V_t提高到V_T+iMK，同时流通股股数上升到N+Mi份，公司价值将在N+Mi份股权中进行分配，所以权证行权后的公司瞬间股价将变为$P_x=(V_T+iMK)/(N+Mi)$。权证投资者如果执行认购权证，持有人收益为$i(P_x-K)$，代入P_x，持有人收益为：

$$i\times Max\left(\frac{V_T}{N+Mi}-\frac{NK}{N+Mi},0\right) \qquad (2)$$

因此：①与B-S定价公式同边相比较，股价变为$V_T/(N+Mi)$，执行价格变为$NK/(N+Mi)$，在计算中只需按此作相应代换就可按标准模型得到股本认购权证的理论价值；②认购权证的价值等于$N/(N+Mi)$个关于V_T/N的普通看涨权证，折现后也可得出。

考虑到回售价格的影响，需要继续对公式（2）进行修正，假如i=1，则公式（2）变形为：

$$Max\left(\frac{V_T}{N+M}-\frac{NK}{N+M},L\right)=Max\left[\frac{V_T}{N+M}-\left(\frac{NK}{N+M}+L\right),0\right]+L \qquad (3)$$

将公式（3）代入公式（1），在考虑行权时由于股本增加造成的股价摊薄效应及存在权证回售价格，在t时刻权证的定价公式为：

$$C=e^{-r(T-t)}\frac{N}{N+M}\hat{E}\left\{Max\left[\frac{V_T}{N}-\left(K+\frac{N+M}{N}\times L\right),0\right]\right\}+Le^{-r(T-t)} \qquad (4)$$

从以上分析可以看出：权证的执行价格会受到回售价格和股权稀释因子的双重影响，变为$K+[(N+M)/N]\times L$，，而并非等于L。

将公式（4）微分后，可得股本认购权证定价模型：

$$C=e^{-r(T-t)}\frac{N}{N+M}\hat{E}\left\{Max\left[\frac{V_T}{N}-\left(K+\frac{N+M}{N}\times L\right),0\right]\right\}+Le^{-r(T-t)}$$

$$=\frac{N}{N+M}\left[\left(S+\frac{MC}{N}\right)N(d_1)-Ke^{-r(T-t)}N(d_2)\right]+Le^{-r(T-t)}$$

$$d_1=\frac{\ln\left(\frac{S+\frac{MC}{N}}{K}\right)+(r+\sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},\ d_2=d_1-\sigma\sqrt{T-t}$$

上式中：N为总股本；M为权证份数；K为执行价格；T-t为剩余期限；S为股票价格；r为无风险收益率；σ 为标的股票年化波动率。

因股本认购权证定价模型无法像传统的B-S定价公式一样得到解，我们可以使用迭代的数值解法进行求解。

如果权证认购费用为0(这符合我国股权分置改革权证发行时的实际情况),则股本认购权证定价模型变形为:

$$C=\frac{N}{N+M}[SN(d_1)-(K+L\times\frac{N+M}{N})\times e^{-r(T-t)}N(d_2)]$$

这是一个显式表达式，执行价格为K+L×[(N+M)/N]，权证价值C可以直接求解。

三、分红因素调整后的权证定价模型

价内认购权证的内在价值体现为股价与执行价格之差(价内认沽权证则反之)，而分红时股价与执行价格向下调整时可能会压缩价差空间,导致权证内在价值下降。我们以同一标的资产的认购权证与认沽权证为例，直观地描述标的股票分红带来的影响。假定权证存续期内标的股票发生分红,红利数量d和支付时刻可准确预测,并且我们仍可认为分红后的股票价格遵循几何布朗运动，那么首先按照派息额来分别调整分红后的股价与执行价格。

以欧式权证为例,我们假设标的股票价格由两部分组成:一是对应于权证存续期内确定支付已知红利的无风险部分,二是由所有风险因素加总组成的有风险部分。在标的股票分红的时点，股票价格中的无风险部分是由权证存续期内所有的确定支付的已知红利按照无风险利率从分红日开始贴现的现值。如果在权证存续期结束的时点,由于标的股票已经支付了红利,因此由红利决定的这一无风险部分就不存在了。所以如果我们仍然假定S为有风险部分的股票价格，为有风险部分遵循随机过程的波动率,B-S定价公式仍然适用于权证价值计算。在计算过程中,我们只需将股票价格调整为S减去权证存续期内所有发生的红利分配额按照各自的时间长度以无风险利率从每个分红日开始贴现的现值，就可以通过B-S定价公式得到权证理论价值。

因此,在标的股票分红的时点t_1,股票价格将下降为$St_1-de^{-r(t_1-t_0)/12}$,执行价格调整为$K\times[(St_1-d)/St_1]$。如果权证存续期内标的股票在t_2时刻又发生分红，则股票价格继续调整为$S-de^{-r(t_1-t_0)/12}-de^{-r(t_2-t_0)/12}$,执行价格调整为$K\times[(St_2-d)/St_2]$。

设连续支付红利率为q,可得d/s=qdt,在分红时点(假设为△t)复权后的情况下,可得$S^*=Se^{q\triangle t}$。其中:S为市场中实际观测的数值，即红利分配时下降了的瞬时市场价格;S^*为含权价。因此$S=S^*e^{-q\triangle t}$,即$S=S^*e^{-q(T-t)}$,这样就使得除权后的股价S遵循几何布朗运动。所以,可以得到基于连续支付红利率为q的欧式认购权证定价模型:

$$C^*=S^*e^{-q(T-t)}N(d_1^*)-K\times\left(\frac{St_1-d}{St_1}\right)\left(\frac{St_2-d}{St_2}\right)\cdots\left(\frac{St_n-d}{St_n}\right)\times e^{-r(T-t)}N(d_2^*)$$

其中:n为支付红利的次数;S^*为含权的市场价格。基于连续支付红利率为q的欧式认沽权证定价模型为:

$$P^*=K\times\left(\frac{St_1-d}{St_1}\right)\left(\frac{St_2-d}{St_2}\right)\cdots\left(\frac{St_n-d}{St_n}\right)\times e^{-r(T-t)}[1-N(d_2^*)]-S^*e^{-q(T-t)}[1-N(d_1^*)]$$

$$d_1=\frac{\ln(\frac{S^*}{K})+(r-q+\sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},\ d_2^*=d_1^*-\sigma\sqrt{T-t}$$

在标的股票分红时,不管是认购权证还是认沽权证,其理论价值都会下降。只要我们能够准确地确定出标的股票分红的数额和日期，那么我们就完全可以根据修正的B-S定价公式计算出权证价值，如果在权证存续期内的红利率不是恒定的,我们则可以令红利率q等于权证存续期内平均年红利率进行计算。

四、创设因素对权证定价范围的影响

创设的实质相当于增发，其对标的股票的价格会产生影响,在确定权证的理论价值定价模型时,需要考虑创设价格的影响。在创设制度下,创设人存在成本与收益。其中:成本主要来源于用以抵押的标的股票价格下降的市场风险或冻结的全额履约担保资金成本；而收益则主要来源于按照市场价格卖出权证所获得的资金。具体如下:以认购权证的创设为例,创设人创设的条件之一是抵押足够的标的股票。假定创设时刻为t_0，权证执行价格为Kt_0，新创设的认购权证的市场价格为P_1。考虑t_1时刻内若标的股票分红,执行价格瞬时变为Kt_1,标的股价为St_1。

因此,t_0时刻创设人以P_1的价格创设权证,相当于权证创设人创设投入成本为Kt_0-P_1，在不考虑创设人投入资金或占用资金的时间成本的前提下，权证存续期结束时若标的股价$S_T\leqslant Kt_0-P_1$,创始人能够保本。Kt_0-P_1是创设人的保本点,若股价上行超过保本点,权证持有人就会行权,权证创设人就会发生亏损。t_1时刻,权证行权价格调整至Kt_1,根据“新行权价格=原行权价格×(标的股票分红价/分红前一日标的股票收盘价)”，这就相当于将初始的权证执行价格调整为$Kt_0^*=Kt_0(Se^{r(t_1-t_0)}-d)/Se^{r(t_1-t_0)}$。其中:d为每股分红;$Kt_0^*$为调整后的初始执行价格。

因此,创设人的保本点相应调整为$Kt_0^*-P_1$,若按照简单收益率R考虑资金成本，可得保本点股价$St_1=(Kt_0^*-P_1)(1+R)$。因此,通过联立创设人起初投入成本等于期末价值按简单无风险收益率R进行贴现后的价值，从而可以得出认购权证的创设临界价格:$P_1=Kt_0^*-St_1/(1+R)$。

若考虑连续创设的情况，则t_1时刻创设临界价格满足上市;同样,t_2时刻创设临界价格满足$P_2=Kt_1^*-St_2/(1+R)$。

继续推算下去,可以很容易得到创设n次过程中每一个最值情况下的创设价格。对美式权证而言,得到的权证创设价格是权证理论价值的上限;而对欧式权证而言,得到的权证创设价格则是权证理论价值的下限。

主要参考文献

1. 姜礼尚.期权定价的数学模型和方法.北京:高等教育出版社,2003

2. 朱利安·沃姆斯利著.类承曜等译.新金融工具.北京:中国人民大学出版社,2003

3. 约翰·马歇尔,维普尔·班塞尔著.宋逢明,朱宝宪,张陶伟译.金融工程.北京:清华大学出版社,1998