市场风险测度指标β系数的计算

余华茂　李小平

（赣南师范学院　江西赣州　341000）

美国经济学家威廉·夏普于1964年提出了著名的资本资产定价模型与理论，第一次使人们可以对市场风险进行测度与定价。该模型奠定了现代财务理论的基础，是现代财务学形成与发展过程中重要的里程碑。运用该模型主要就是解决市场风险的测度问题，但实际中由于测度单个资产市场风险大小的指标β系数需要大量复杂的计算，使得投资者难以掌握。本文试从β系数的数学推导中来找到简便的计算方法。

一、β系数的数学推导与经济涵义

首先定义一个投资组合：有一种风险资产i和市场组合m，则该风险资产的收益率和风险分别为$E(\gamma_i)$和δ_i^2，市场组合的收益率和风险分别为$E(\gamma_m)$和δ_m^2。

根据资本资产定价模型$E(\gamma_i)=\gamma_f+\beta_i[E(\gamma_m)-\gamma_f]$，设线性回归方程$\gamma_i=\alpha_i+\beta_i\gamma_m$（其中$\beta_i$为方程的回归系数），并令：

$$\theta_i(\alpha_i,\beta_i)=\sum_{t=1}^{n}[\gamma_{it}-(\alpha_i+\beta_{it}\gamma_m)]^2$$

按最小二乘法原则和微分学中的极值原理，分别对上式$\theta_i(\alpha_i,\beta_i)$关于$\alpha_i$、$\beta_i$求导，可得二元一次联立方程：

$$\frac{\partial\theta_i}{\partial\alpha_i}=-2\sum_{t=1}^{n}[\gamma_{it}-(\alpha_i+\beta_{it}\gamma_m)]=0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial\theta_i}{\partial\beta_i}=-2\sum_{t=1}^{n}[\gamma_{it}-(\alpha_i+\beta_{it}\gamma_m)]\cdot\gamma_{mt}=0 \quad (2)$$

从方程(1)可得：

$$n\alpha_i=\sum_{t=1}^{n}\gamma_{it}-\beta_{it}\sum_{t=1}^{n}\gamma_m \quad (3)$$

进一步整理得：

$$\alpha_i=E(\gamma_i)-\beta_iE(\gamma_m) \quad (4)$$

从方程(2)可得：

$$\sum_{t=1}^{n}\gamma_{mt}\gamma_{it}-\alpha_i\sum_{t=1}^{n}\gamma_{mt}-\beta_i\sum_{t=1}^{n}\gamma_{mt}^2=0 \quad (5)$$

把方程(4)代入方程(5)，可得：

$$\beta_i=\frac{\sum_{t=1}^{n}[\gamma_{mt}-E(\gamma_m)][\lambda_{it}-E(\gamma_i)]}{\sum_{t=1}^{n}[\gamma_{mt}-E(\gamma_m)]^2} \quad (6)$$

$$Q\sum_{t=1}^{n}[\gamma_{mt}-E(\gamma_m)][\gamma_{it}-E(\gamma_i)]=E[\gamma_{mt}-E(\gamma_m)][\gamma_{mt}-E(\gamma_i)]=COV(\gamma_i,\gamma_m)=\delta_i\delta_m\cdot\gamma_{im} \quad (7)$$

绩效指标，暂时保持当前的战略执行模式不变，力争保持当前的战略绩效。

（2）对于偏离预期值范围较小的主营业务收入增长率、主营业务利润增长率、存货周转次数、净资产收益率、大客户增长率、顾客需求反应及时率、内部流程循环效率和员工保持率八个关键绩效指标，只对原有的战略执行模式进行小幅度的优化调整，力争在下一个经营年度完成预期目标。比如：对顾客订货、生产下单、品质检验和仓储运输的内部流程进行优化以提高顾客需求反应及时率，对于新老客户进行电话调查和回访来寻找大客户增长率偏低的原因等。

（3）对于偏离预期值范围较大的缺货率、新产品收入占总收入比重、员工参与决策的成功比率和新产品开发成功率四个关键绩效指标，彻底调整原有的战略执行模式，力争在新的战略执行模式下大幅度改善这些关键绩效指标的完成情况。比如：对于公司的管理机制进行再造以提高员工参与决策的成功比率，采取市场渗透的方法以提高新产品收入占总收入比重等。

三、结论

本文说明了如何使用AHP构建一个整合BSC和EVA的战略业绩评价体系，以便能够全面地将影响企业价值的财务因素和非财务因素均整合在企业的战略业绩评价体系中，并且保证能够对企业完成既定战略目标的状况进行定量化表述。这种整合模型可以有效集成影响企业价值的各类因素，成功梳理战略业绩评价的运作流程。通过这种整合模型，企业管理层可以将日常的业务运作、业绩评价和总体战略目标建立定量化的联系，并可以较好地平衡公司的长期战略目标和短期战术行为，这对企业经营管理工作具有良好的指导作用。

【注】 本文系湖南省教育厅科研项目“平衡计分卡在湖南省民营企业战略管理中的应用研究”（项目编号：06C034）的阶段性成果。

主要参考文献

1. 李延喜，张悦玫，李宁.基于战略地图的战略性绩效评价体系研究.科研管理，2005；1

2. 邵军，宋彦，杨青双.EVA——企业业绩评价的新理念.商业研究，2004；8

3. 黎毅.企业战略绩效评价体系研究.经济论坛，2004；1

4. 李志刚，汤书昆.用层次分析法改进的平衡计分卡及其应用.价值工程，2004；7

又 $Q\sum_{t=1}^{n}[\gamma_{mt}-E(\gamma_m)]^2=E[\gamma_{mt}-E(\gamma_m)]^2=\delta_m^2$ （8）

$$\therefore \beta_i=\frac{COV(\gamma_i,\gamma_m)}{\delta_m^2}=\frac{\delta_i\delta_m\cdot\gamma_{im}}{\delta_m^2}=\frac{\delta_i}{\delta_m}\gamma_{im} \quad (9)$$

从第(9)式不难看出，一种风险资产β系数的大小取决于：①它自身的标准差δ_i；②市场组合的标准差δ_m；③该资产与市场组合的相关性γ_{im}。其表示单个风险资产相对于市场组合的市场风险的大小。

二、β系数的简便计算方法

例：某风险资产i和市场组合m近几年的已获得收益率有关资料如下表：

年 份	资产 i 收益率(Y_i)	市场组合 m 收益率(X_i)
2001	4	3
2002	2	2
2003	−1	0
2004	3	2
2005	5	1
2006	−2	−1

1. 定义法。由β系数的经济涵义可知，只要算出资产i的标准差δ_i、市场组合的标准差δ_m和它们的相关系数γ_{im}，就可依据第(9)式求得β系数。具体过程如下：

(1)数据准备。

年 份	资产 i 收益率(Y_i)	市场组合m 收益率(X_i)	$(X_i-\bar{X})$	$(Y_i-\bar{Y})$	$(X_i-\bar{X})\times(Y_i-\bar{Y})$	$(X_i-\bar{X})^2$	$(Y_i-\bar{Y})^2$
2001	4	3			3.972 2	3.361 1	4.694 4
2002	2	2	1.833 3	2.166 7	0.138 9	0.694 4	0.027 8
2003	−1	0	0.833 3	0.166 7	3.305 6	1.361 1	8.027 8
2004	3	2	1.166 7	2.833 3	0.972 2	0.694 4	1.361 1
2005	5	1	0.833 3	1.166 7	0.527 8	0.027 8	10.027 8
2006	−2	−1	0.166 7	3.166 7	8.305 6	4.694 4	14.694 4
合计	11	7	2.166 7	3.833 3	16.166 7	10.833 3	38.833 3
平均数	1.833 3	1.166 7					
标准差	2.786 9	1.472 0					

(2)计算各自的标准差。

由标准差计算公式$\delta=\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}}{n-1}$得：

$$\delta_i=\sqrt{\frac{38.833\ 3}{6-1}}=2.786\ 9$$

$$\delta_m=\sqrt{\frac{10.833\ 3}{6-1}}=1.472\ 0$$

(3)计算相关系数。

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}[(X_i-\bar{X})\times(Y_i-\bar{Y})]}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}\times\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2}}$$

$$=\frac{16.166\ 7}{\sqrt{10.833\ 3}\times\sqrt{38.833\ 3}}=0.788\ 2$$

因此可得：$\beta_i=\frac{\delta_i}{\delta_m}\gamma_{im}=0.788\ 2\times\frac{2.786\ 9}{1.472\ 0}=1.492\ 3$。

2. 线性回归法。在上述β系数的数学推导过程中，根据资本资产定价模型设定了一元线性回归方程：$\gamma_i=\alpha_i+\beta_i\gamma_m$，并推导出了β系数的计算公式，不难看出，资本资产定价模型是遵循线性回归方程y=a+bx的，并且β系数就是该线性回归方程的回归系数b。因此我们只要根据风险资产i和市场组合m收益率的历史数据，使用一元线性回归方程便可得解。

(1)求线性回归方程$y_i=a+bx_i$的系数解。

首先由$y_1=a+bx_1$，$y_2=a+bx_2$，…，$y_n=a+bx_n$，整理得：

$$\sum_{i=1}^{n}y_i=na+b\sum_{i=1}^{n}x_i$$

其次对$y_i=a+bx_i$两边同时乘以x_i，得$x_iy_i=ax_i+bx_i^2$。

并且有$x_1y_1=ax_1+bx_1^2$，$x_2y_2=ax_2+bx_2^2$，…，$x_ny_n=ax_n+bx_n^2$，整理得：

$$\sum_{i=1}^{n}x_iy_i=a\sum_{i=1}^{n}x_i+b\sum_{i=1}^{n}x_i^2$$

最后联立上述两式即可解得：

$$a=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2\times\sum_{i=1}^{n}y_i-\sum_{i=1}^{n}x_i\sum_{i=1}^{n}x_iy_i}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-(\sum_{i=1}^{n}x_i)^2}$$

$$b=\frac{n\sum_{i=1}^{n}xy_i-\sum_{i=1}^{n}x_i\times\sum_{i=1}^{n}y_i}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-(\sum_{i=1}^{n}x_i)^2}$$

(2)数据准备。

年 份	资产 i 收益率(Y_i)	市场组合 m 收益率(X_i)	X_i^2	X_iY_i
2001	4	3	9	12
2002	2	2	4	4
2003	−1	0	0	0
2004	3	2	4	6
2005	5	1	1	5
2006	−2	−1	1	2
合 计	11	7	19	29

(3)计算回归方程系数。

$$a=\frac{19\times11-7\times29}{6\times19-7\times7}=0.092\ 3$$

$$b=\frac{6\times29-7\times11}{6\times19-7\times7}=1.492\ 3$$

回归方程的系数b就是该股票的β系数。

从以上两种方法计算的过程来看，并不是太复杂，尤其第二种线性回归方法更是简便，投资者在做技术分析时易懂、易学，且两种方法计算的结果也一致。○