我国国债市场利率期限结构预期假说研究

李晗虹(博士)　吴启权

(北京大学经济学院　北京　100082　大连商品交易所博士后研究工作站　大连　116023)

【摘要】本文采用时间序列对NS模型进行研究,并在此基础上用NS模型检验了中国债券市场的纯预期假说,发现该假说在中国国债市场上具有很高的显著性,这种纯预期假说可以实现对NS模型参数的预测,进而能对利率期限结构进行预测。

【关键词】NS模型　纯预期假说　收益率曲线　远期利率

利率是一个国家的宏观经济与金融市场最重要的价格变量之一。利率期限结构是零息票债券的到期收益率与到期期限之间的关系。然而,一般的债券市场不能找到足够的零息票债券来满足构建利率期限结构的需要,这就要求采取一些相对复杂的手段,通过已有的附息债券来构建市场的利率期限结构。

最先从附息国债中估算利率期限结构的是McCulloch(1971),他率先将二次、三次多项式样条方法应用于期限结构模型,通过对贴现函数进行估计进而实现对利率期限结构进行估计。我国债券市场上,大部分国债都是附息债券,它们在息票率、付息时间上都存在着很大的差异,因此必须对它们进行剥离和分析。陈雯、陈浪南(2000)利用连续复利的到期收益率对中国债券市场的利率期限结构进行了静态估计。朱世武、陈健恒(2003)通过对多项式样条法和SNS模型的拟合效果的分析比较,认为后者作为拟合交易所国债利率期限结构的模型优于前者。吴丹、谢赤(2005)以B样条为基础,综合研究利率期限结构的样条估计模型。上述研究仅仅局限在特定时间点上的利率期限结构的静态方面,且对于跨期的利率期限结构及其理论没有涉及。

此外,传统的利率期限结构理论在国外的研究已经由来已久。但长期以来,我国实行的是强制性的利率制度,因此,对传统的利率期限结构理论的研究也就无从下手了。利率市场化的推进、国债市场的逐步发展与完善,为我们研究传统利率期限结构理论提供了可能。

一、NS模型

McCulloch(1971)将附息债券看做一个由若干零息票债券组成的组合,首次提出了贴现函数的概念,通过贴现函数就可以确定零息票收益率曲线或远期瞬间利率曲线。NS类模型也是基于关于贴现函数的思想实现对利率的期限结构曲线进行研究的。

假设瞬时远期利率为r(m),其中,m为到期期限,则r(m)为一个具有相异实根的二阶微分方程的解,其形式可以写成:

$$f(m)=\beta_0+\beta_1\exp(-m/\tau_1)+\beta_2\exp(-m/\tau_2) \qquad (1)$$

其中,τ_1和τ_2为时间常量,β_0,β_1,β_2由初始条件决定。这一简单的等式能够产生一系列单调的、驼峰状的或者S形的远期收益率曲线。债券的到期收益率是瞬时远期利率的均值:

$$R(m)=1/m\cdot\int_0^m f(x)dx \qquad (2)$$

Nelson和Siegel(1987)指出,利用这一模型对债券收益率进行拟合时,会出现过度参数化的现象,于是提出更为"节约"的模型:

$$f(m)=\beta_0+\beta_1\exp(-m/\tau)+\beta_2[(m/\tau)\exp(-m/\tau)] \qquad (3)$$

模型(3)可以看做是一个常数β_0加上一个Laguerre多项式与一个衰减项的乘积。在数学上,Laguerre多项式常用来实现函数的近似运算。模型(3)的系数β_0、β_1和β_2分别代表瞬时远期利率的短期、中期和远期部分。

$$R(m)=\frac{1}{m}\int_0^m f(x)dx=\beta_0+\beta_1\left[\frac{1-\exp(-m/\tau)}{m/\tau}\right]+\beta_2\left[\frac{1-\exp(-m/\tau)}{m/\tau}-\exp(-m/\tau)\right] \qquad (4)$$

由(4)不难看出:$\lim_{m\to\infty}R(m)=\beta_0$,$\lim_{m\to 0}R(m)=\beta_1+\beta_2$。

二、NS模型的估计

在NS模型下可以通过即期利率直接求得债券的贴现函数:

$$D(m)=\exp(-mR(m)) \qquad (5)$$

债券的理论价格可以写成:$P_i^*=\sum_t^T CF_{i,t}\cdot D(t)$。

上式表示债券的理论价格等于债券未来的现金流($CF_{i,t}$)与贴现因子(D(t))的乘积之和。对NS模型估计可以采用Nelson和Siegel(1987)建议的方法:将衰减因子按照栅格法进行划分,在每个固定的衰减因子下,采用最小二乘法估计瞬时远期利率的三个组成部分,遍历栅格,取均方误差最小的为最后的估计结果。这种方法可以大大加快NS模型估计的速度。

1. *数据说明*。本文以2004年10月到2006年3月在上海证券交易所上市交易的国债的交易数据作为研究对象,数据由笔者根据互联网上专业投资网站整理,并对剩余年限小于1个月、新发行不超过1个月的数据予以剔除。

经过以上处理,得到38组截面数据,最小的截面数据由15只国债组成,而最大的截面数据由36只国债组成。此外,我们

还对数据进行相应的处理：将净价转换成全价、采用修正久期来计算权重、到期收益率采用二分搜索算法进行计算等。

2. 估计结果。因为篇幅关系，这里不列出对每一组界面数据详细的估计结果，仅给出对所有估计结果的统计分析。如表1所示。最后一列表示，在所有结果中，拟合优度大于0.9所占的比例。

表1　　拟合结果统计

MSE	mean	0.000 104
	max	0.000 37
	min	0.000 01
	std.	0.000 10
R^2	mean	0.922 4
	max	0.993 1
	min	0.692 9
	std.	0.081 92
	>0.9	79%

由上表可知，无论从MSE还是拟合优度R^2来看，对于我国国债市场来说，采用NS模型来拟合能取得很好的效果，且采用简单的最小二乘法就能达到很好的效果。

上海证券交易所债券市场的利率期限结构具有典型的形态，是一个从左向右正向倾斜的图形，这符合收益率曲线的典型形态。我国市场1年期债券与30年期债券的收益率利差为2.895%（以2005年2月的利率期限结构为例），接近美国债券市场1年期债券与30年期债券的收益率利差的平均水平。

但我们也要看到，我国债券市场缺乏统一的利率期限结构。国债市场分裂为银行间市场、交易所市场以及面向一般居民的凭证式国债市场三个部分，交易机制不同，各市场具有不同收益率预期，导致它们具有不同的利率期限结构，任何一个收益率曲线均不能代表市场。

三、收益率曲线的预期假设

市场预期理论的基础之一是有效市场假定。市场预期理论认为，收益率曲线由市场的预期利率来决定，收益率曲线一旦确定，就能确定未来的预期利率。因此，我们把这种完全由收益率曲线就能确定的未来预期短期利率的理论也称为纯预期假说（PEH）。合理预期理论意味着在任何时候，投资者已经充分利用了当时可获得的全部信息，也就是说，信息不是逐渐渗透进入市场的，市场对信息的反应是迅速的；当中央银行改变货币政策对短期利率做出调整时，长期利率会立即做出反应，而不是逐渐变动。

1. NS模型的衰减因子。根据纯预期假说，如果给定了收益率曲线，就能够得到利率曲线的演化规律，我们就能够检验这种时间上的跨期一致性。Nelson和Siegel（1987）指出，τ的取值虽然对估计的结果有很大的影响，但当τ取中等大小数值的时候，其对结果总体的统计影响不大。这里的“中位值”可以取无限制时最优τ序列的中位数的值。根据估计结果，我们取τ=2.36作为固定值，重新采用NS估计，结果统计见表2。

从表中可以清楚地看出，采用固定的衰减系数对拟合的结果影响不大。

表2　　τ=2.36时NS模型拟合结果统计（2003年10月~2006年3月）

MSE	mean	0.000 108
	max	0.000 37
	min	0.000 01
	std.	0.000 10
R^2	mean	0.914 00
	max	0.992 80
	min	0.693 00
	std.	0.068 54
	>0.9	75%

2. 纯预期假说的推导。时间连续的NS模型，其跨期的PEH可以写成：

$$E_t[f(t+\triangle t,m)]=f(t,m+\triangle t) \quad (6)$$

其中：E_t为条件期望算子，$\triangle t$为正的时间增量，$f(t+\triangle t,m)$表示在时间$t+\triangle t$上测量的m年远期瞬时利率；$f(t,m+\triangle t)$表示在时刻t上测量的$m+\triangle t$年远期瞬时利率。

在PEH下，在时刻t上，$f(t,m)$的初始形状决定了其在时间上的预期演化。因此：

$$E_t[f(t+\triangle t,m)]=f(t,m+\triangle t)=\beta_0(t)+\exp[m/\tau(t)]\{\beta_1(t)\exp[-\triangle t/\tau(t)]+\beta_2(t)[\triangle t/\tau(t)\exp[-\triangle t/\tau(t)]\}+[m/\tau(t)]\exp[-m/\tau(t)]\beta_2(t)\exp[-\triangle t/\tau(t)]$$

这里$\tau(t)$保持不变。因此，我们可以写出$\beta(t)$的表达式：

$$\beta_0(t+\triangle t)=\beta_0(t)$$

$$\beta_1(t+\triangle t)=\beta_1(t)\exp[-\triangle t/\tau]+\beta_2(t)[\triangle t/\tau]\exp[-\triangle t/\tau]$$

$$\beta_2(t+\triangle t)=\beta_2(t)\exp(-\triangle t/\tau)$$

写成矩阵形式为：

$$E_t[\beta(t+\triangle t)]=\Phi(\tau,\triangle t)\beta(t) \quad (7)$$

其中：$\beta(t)=[\beta_0(t),\beta_1(t),\beta_2(t)]'$

$$\Phi(\tau,\triangle t)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(-\triangle t/\tau) & (\triangle t/\tau)\exp(-\triangle t/\tau) \\ 0 & 0 & \exp(-\triangle t/\tau) \end{bmatrix}$$

可见，对整个收益曲线的预期假说，使得NS模型的参数能够很方便地描述为一个简单的时间序列过程。上述的连续时间NS的PEH，可推出离散时间状态下的形式。例如，连续时间可以$\triangle t$为单位时间的有限差分的形式来建模，我们可以定义$\triangle t$为整数，允许存在“期望的误差”，则可以得到：

$$\beta_t=\Phi(\tau,\triangle t)\beta_{t-1}+\varepsilon_t \quad (8)$$

其中：$\varepsilon_t(\triangle t)$是一个与$\beta_1$和$\beta_{t-1}$有关的三向量期望误差。

期望误差可解释为时刻$t+\triangle t$时的“新信息”，这些新信息影响β_t的大小。

3. PEH的检验及应用。为了检验该PEH，假设存在$\hat{\beta}_t$，满足以下无约束的模型：

$$\hat{\beta}_t=\hat{C}+\hat{\Phi}(\tau,\triangle t)\hat{\beta}_{t-1}+\hat{\varepsilon}_t \quad (9)$$

其中：$\hat{\Phi}(\tau,\triangle t)=\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix}$，$\hat{C}=(\hat{c}_1\ \hat{c}_2\ \hat{c}_3)'$。该模

型的参数可以根据时间序列$\hat{\beta}_t$进行估计，如果无约束的模型与具有完全约束的模型满足统计上的显著性，则可以认为时间序列满足PEH；否则，可以拒绝纯预期假说。

首先单独检验构成各个部分的PEH。表3分别对无约束模型各等式的线性回归进行Wald系数检验，各部分的第一行为无约束的最小二乘法回归结果，括号内为t统计量，第二行为系数约束假设，其值根据τ=2.36和△t=1/12年（表示时间间隔为1个月）计算得到。

表 3　　PEH 的 Wald 系数检验

	常数	α_{i1}	α_{i2}	α_{i3}	F-统计量	$x^2(4)$
$\hat{\beta}_0(t)$	0.018 50 (3.197 0)	0.609 1 (4.211 2)	0.191 2 (1.320 7)	0.169 1 (3.316 9)	4.649 9 (0.006 1)	18.599 8 (0.000 9)
$\beta_0(t)$	0	1	0	0		
$\hat{\beta}_1(t)$	−0.006 715 (−0.979 3)	0.017 85 (0.104 2)	0.779 8 (4.546 2)	−0.060 15 (−0.995 8)	1.742 9 (0.172 1)	6.971 7 (0.137 3)
$\beta_1(t)$	0	0	0.965 3	0.034 1		
$\hat{\beta}_2(t)$	−0.039 74 (−2.232 3)	0.657 4 (1.478 2)	−0.600 0 (−1.347 3)	0.604 2 (3.853 0)	1.979 7 (0.128 5)	7.918 6 (0.094 6)
$\beta_2(t)$	0	0	0	0.965 3		

上表最后两列为Wald系数检验的结果，括号内为显著性概率。从结果不难看出，并非每个回归方程的系数都是显著的，只有利率的中短期部分$\beta_2(t)$和$\beta_1(t)$满足PEH，它们成立的概率分别大于9.46%和13.73%。但我们还不能认为NS是拒绝还是接受PEH。必须寻求其他方法对其进行检验。

式(8)的形式与向量自回归模型很接近，但并非标准VAR的形式，必须对其进行适当变换，以$\triangle\beta_0(t)$代替$\beta_0(t)$，进行适当整理，得到所谓的混合VAR模型。

$$\lambda_t=\Lambda(\tau,\triangle t)\lambda_{t-1}+\varepsilon_t \qquad (10)$$

其中：$\lambda_t=[\beta_1(t),\beta_2(t),\triangle\beta_0(t)]'$

$$\Phi(\tau,\triangle t)=\begin{bmatrix} \exp[-\triangle t/\tau] & [\triangle t/\tau]\cdot\exp[-\triangle t/\tau] & 0 \\ 0 & \exp[-\triangle t/\tau] & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

表4为无约束和全约束的混合VAR模型估计结果。括号内为t统计量。

表 4　　PEH 的 VAR 模型

无约束 VAR	常　数	β_1	β_2	$\triangle\beta_0$
β_1	−0.007 19(−1.311 1)	0.734 3(4.113 4)	−0.073 28(−1.089 4)	−0.030 23(−0.152 6)
β_2	−0.027 31(−1.995 0)	−1.094 2(−2.455 7)	0.525(3.126 8)	−0.013 45(−0.027 19)
$\triangle\beta_0$	0.008 625(1.758 4)	0.387 7(2.428 7)	0.182 8(3.039 0)	−0.093 82(−0.529 5)
对数似然函数值：352.788 3				
全约束 VAR	常　数	β_1	β_2	$\triangle\beta_0$
β_1	0	0.965 3	0.034 1	0
β_2	0	0	0.965 3	0
$\triangle\beta_0$	0	0	0	0
约束数：12，对数似然函数值：350.365				

为了检验约束的显著性，计算统计量：

$$LR=(T-k)[\log(\det(\Omega^{Restrict}))-\log(\det(\Omega^{Unrestrict}))]$$

其中：k为无约束VAR模型中每一方程待估计参数的数目，T为观测数，Ω为估计残差的协方差矩阵。最终我们计算得到LR=4.160 9。而自由度为12的$x^2_{0.025}$=4.404，即有$LR<x^2_{0.025}$，换言之，在97.5%显著性水平上接受PEH假说。这与Krippner(2002，2006)关于新西兰和美国债券市场的纯预期假说的结论相一致，Krippner的研究结果表明，美国的国债市场在96.4%显著性水平上满足PEH。

以上说明，对于中国债券市场的利率甚至收益率曲线，我们完全可以用NS模型的纯预期理论对其进行预测。

在大部分的时间里，PEH能够很好地预测NS模型中的参数，这些参数一旦被确定，利率期限结构、瞬时远期利率、即期利率、贴现函数等也就能确定了。

四、小结

本文采用NS模型对上海证券交易所上市交易的国债的交易时间序列进行实证研究，结果表明，NS模型适合我国的债券市场，在模型估计基础上，从NS模型角度检验了我国债券市场的纯预期假说，该假说在我国国债市场上具有很高的显著性。

对我国债券市场收益率PEH的检验，一方面说明了人民银行的货币政策在国债市场上是有成效的，债券市场对货币政策反应灵敏。而另一方面，大多数投资者都试图尽可能利用所有可以获得的信息，对相关经济形势进行预测，进而对财政政策和货币政策进行推测，最终将所获得的信息用于形成市场利率的合理预期。这也从侧面反映了我国利率市场化的成就，在交易所债券市场中，传统的预期假说理论是成立的。但我们并不能因此而认为利率市场化已经完成，由于我国债券市场的分割性，这种高显著性的PEH并不能推广到其他债券市场，正好说明了中国利率市场化的现状。2007年初推出的市场化程度较高的Shibor（上海银行间同业拆放利率），预示着利率市场化进入关键时期，利率也成为越来越多金融产品定价的标准。

主要参考文献

1. 陈雯，陈浪南.国债利率期限结构：建模和实证.世界经济，2000；8

2. 朱世武，陈健恒.交易所国债利率期限结构实证研究.金融研究，2003；10

3. 吴丹，谢赤.利率期限结构的条估计模型及其实证研究.系统工程，2005；1

4. 姚长辉，梁跃军.我国国债收益率曲线实证研究.金融研究，1998；8

5. Leo Krippner，The OLP model of the yield curve：a new consistent cross-sectinal and inter-trmporal approach. Victoria University of wellington，Worlcing paper，2002