

委托代理关系中基于激励机制建立的基数确定模型

李晓谦¹ 张志峰¹ 曾华¹ 王建泰²

(1.空军工程大学导弹学院 陕西三原 713800 2.68222部队 甘肃陇西 748000)

【摘要】 本文针对委托代理关系中的基数确定问题,从激励机制设计和解决随机性问题的角度出发,建立了一种基于激励机制的基数确定模型。通过实例分析可知,该模型能有效激励代理方准确报价并获得最大产出。

【关键词】 委托代理 基数 激励 模型 随机性

基数确定是委托代理理论中需要解决的一个基本问题。委托代理中凡涉及量化指标,必定存在一个基数确定问题。委托人既然要把一个量化的任务委托给代理人,必然要确定基数;完成或超额完成了基数,就被认为是完成了委托的任务,从而得到更多奖励。因此,准确确定基数至关重要。

一、联合确定基数法的应用及相关分析

1. 联合确定基数法应用实例。为了直观地了解联合确定基数法,本文引用胡祖光所著《不对称信息博弈中的委托人对策》一文中的例子加以说明:李先生年底刚接任总公司的总经理一职。他目前的工作是对下属的各子公司下达下一年的利润指标。由于李先生对各子公司的情况一无所知,他决定采用“联合确定基数法”进行决策。具体来说,各子公司的利润指标将由下式确定:子公司的合同利润指标(J)=总公司要求数+子公司自报数 $\times 0.2 + S \times 0.8 = S \times 0.8$ 。

到年终,实际利润数 A 超过合同利润指标的部分全部归子公司所有,即“超额全奖”;若某子公司的年初自报数 S 小于年末实际利润数 A,说明该子公司在年初自报利润指标时隐

瞒了自己的盈利能力,因此,总公司将按照两者之间差额的 0.9 倍进行罚款。

各子公司对“联合确定基数法”很感兴趣,立即表示同意。为了合理确定自报数,其中一个子公司计算了其实际生产能力为 400 万元时不同自报数下的收益(见表 1)。

自报数	100	200	300	400	500
收益	50	60	70	80	0

该子公司负责人通过分析表 1 发现:当其自报数 S 为 400 万元时收益最大。

2. 联合确定基数法的特点分析。由上例可知:联合确定基数法决定了代理人的收益主要由两部分组成:一部分是超额奖(A-J),另一部分是虚报惩罚,即少报罚款 0.9(S-A)。在 S=A 的情况下,惩罚为 0。采用“联合确定基数法”可有效地解决委托人与代理人之间的信息不对称问题。

笔者认为,联合确定基数法存在以下不足:

同理可得 b_2, b_3, b_4 。

由式(2),根据区间值排序,消费者对该型号的洗衣机喜好程度是“喜欢”、“很喜欢”,即该型号洗衣机比较受欢迎。

如果对评估结果尚存在疑问,可采用“中点法”作进一步评估。即在 $B=(b_1, b_2, b_3, b_4)$ 中,分别对 $b_i=(\underline{b}_i, \bar{b}_i)$ 取中点:

$$m_i = \frac{1}{2}(\underline{b}_i + \bar{b}_i), i=1, 2, 3, 4$$

$$\text{可得向量 } B = \left(\frac{m_1}{m}, \frac{m_2}{m}, \frac{m_3}{m}, \frac{m_4}{m} \right)$$

其中, $m = m_1 + m_2 + m_3 + m_4$ 。

进行上述处理后即可作进一步评估。

四、小结

本文分析了运用区间数描述公司理财中财务预测数据及质量评估数据的重要性。结果表明,用区间分析法进行数值计算,不仅可以得到近似值,而且可以得到误差范围(以区间数表示)。本文结合实例深入探讨了运用于公司投资决策的区间

净现值法以及运用于产品质量评估的区间综合评估法。笔者认为,应用区间分析法应注意以下几点:①原始数据及公式中参数的确定必须由公司财务人员、相关专家给出,对于不确定因素的量化可能会受主观因素的影响,但经过专家组集体修正,可以弱化主观性,进而增强客观性。②选择区间数学模型必须具有针对性。所确定的评估模型指标体系必须具有科学性、整体性、有效性和实用性。③对区间综合评估模型,文中虽只涉及多层次多因素的情况,但只要稍加推广就可运用于多层次、多因素的情况。

主要参考文献

1. 张乃良等.最优化方法.济南:山东大学出版社,1995
2. 刘曼红等.公司理财.北京:中国人民大学出版社,2000
3. 财政部会计资格评价中心.财务管理.北京:中国财政经济出版社,2006
4. 黄冰等.计算机审计风险的定量化评估模型.统计与决策,2007;8

(1)缺乏激励机制和应付随机性问题的能力。在生产过程中,实际产量受生产能力和外部环境因素的影响,该方法没有考虑随机性因素的影响。

(2)有悖公平,多产不一定多得。基于上例,假设有子公司甲和乙,甲公司实际生产能力为400万元,自报数为300万元;乙公司实际生产能力为500万元,自报数为100万元。运用联合基数确定法得出甲公司收益为70万元,乙公司收益为60万元。乙公司实际生产能力比甲公司多100万元,而收益却比甲公司少10万元,这就违背了公平理论。

(3)处罚规则简单、不科学,对少报的处罚规定详细,对多报的处罚过重。在实际生产过程中,不可避免会出现在同样产出的情况下,报价准确反而比不准确的收益少,这种情况会引发道德风险。

二、基于激励机制的基数确定模型

为了克服联合确定基数法存在的不足,激励模型建立的基本原则是:①制定激励机制。②代理方的产出相同,报价越接近实际产出,收益越高。③允许代理方的自报价存在一定的误差。设置可信度(α)和绝对误差上限(b)。

假设:①由邓永录(2005)的研究可知,代理方在实际完成利润数确定的情况下,代理方的收益情况服从正态分布。②委托方对代理方的奖励力度随自报价误差的增大而减小。③代理方自报数S大于0。④代理方的利润提成系数为k,最大奖励系数为n。

模型建立:

$$J=S \quad (1)$$

由胡昱等(2003)的研究可将代理方收益表示为:代理方收益=利润提成+奖励。

$$H=kA+f(A,S) \quad (2)$$

其中,J为合同利润指标,H为代理方收益,A为代理方实际完成利润数,S为代理方自报数,kA为利润提成,f(A,S)为奖励部分。同时满足如下条件:

$0 < k < n < 1$,表明代理方只能从自己产生的利润中获得部分收益。

f(A,S)在实轴上连续,且处处可导。

$k+f'_A \geq 0$ (f'_A :当S为定值时,f对A的导数)。

$$\begin{cases} f'_S > 0, S < A \\ f'_S = 0, S = A \quad (f'_S: \text{当} A \text{为定值时}, f \text{对} S \text{的导数}) \\ f'_S < 0, S > A \end{cases}$$

f(A,S)的确定:

由于自报数相对于实际完成利润数呈正态分布,且E(S)=A,笔者认为f(A,S)为如下形式:

$$f(A,S) = ne^{-\frac{(S-A)^2}{2\delta^2}} A$$

其中:n为最大奖励系数。则式(2)变为:

$$H = kA + f(A,S) = kA + ne^{-\frac{(S-A)^2}{2\delta^2}} A \quad (3)$$

1. 模型分析。

$$H'_A = k + n \left(e^{-\frac{(S-A)^2}{2\delta^2}} + A \frac{S-A}{\delta^2} e^{-\frac{(S-A)^2}{2\delta^2}} \right)$$

$$= k + ne^{-\frac{(S-A)^2}{2\delta^2}} \left(1 + A \frac{S-A}{\delta^2} \right)$$

当 $S \geq A$ 时, $H'_A \geq k > 0$ 。

当 $S < A$ 时:令 $ne^{-\frac{(S-A)^2}{2\delta^2}} = F(A)$, 则 $H = kA + F(A)A$ 。可以证明:当 $F(A) \geq 0$ 时, $H'_A \geq k + F'(A)$ 。又因为 $\min F'(A) = -\frac{n}{\delta} e^{-\frac{1}{2}}$, 所以当 $k \geq \frac{n}{\delta} e^{-\frac{1}{2}}$ 时, $H'_A \geq 0$ 。则式(3)变为:

$$H = kA + ne^{-\frac{(S-A)^2}{2\delta^2}} A \quad \left(k \geq \frac{n}{\delta} e^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (4)$$

由上述分析可知,当A确定时,代理方的收益曲线如图1所示,S的误差越小,奖励系数越大。当S=A时,代理方可以获得最大奖励收益nA和总收益(k+n)A。当S确定时,代理方的收益曲线如图2所示,H是A的增函数。代理方的实际产量越大,获得的收益越多, H'_A 在A=S时取最大值(k+n)。

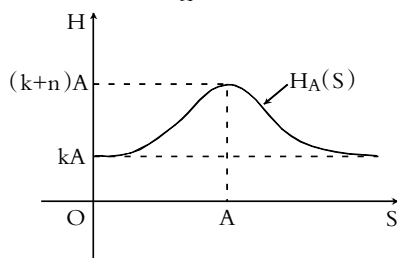


图1 实际完成利润数确定时代理方收益曲线

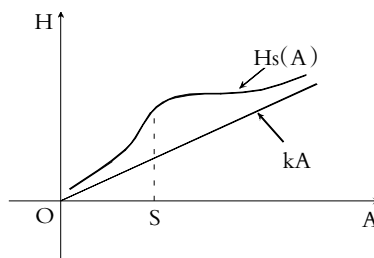


图2 自报数确定时代理方收益曲线

2. 参数δ的确定。由于S呈正态分布,误差绝对量不能超过b,可信度为α,所以当A=A₀时满足:

$$p(A_0 - b \leq S \leq A_0 + b) = \alpha$$

$$\text{即} \int_{A_0-b}^{A_0+b} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \delta} e^{-\frac{(S-A_0)^2}{2\delta^2}} ds = \alpha$$

由此可得:

$$\delta = \frac{b}{\Phi^{-1}\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)} \quad (5)$$

则式(4)变为:

$$H = kA + ne^{-\frac{(S-A)^2}{2\delta^2}} A \left(k \geq \frac{n}{\delta} e^{-\frac{1}{2}}, \delta = \frac{b}{\Phi^{-1}\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)} \right) \quad (6)$$

由式(1)、式(6)可得基数确定的激励模型:

$$\begin{cases} J = S \\ H = kA + ne^{-\frac{(S-A)^2}{2\delta^2}} A \left(k \geq \frac{n}{\delta} e^{-\frac{1}{2}}, \delta = \frac{b}{\Phi^{-1}\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)} \right) \end{cases} \quad (7)$$

由上可知,建立模型的关键在于参数 k、n、δ 的确定。由代理方可获得的最大利润比例可以确定 k、n 之和;由双方风险偏好确定 k、n 取值;由绝对误差范围和可信用度确定 δ。同时参数的确定也反映了双方的风险偏好,如果代理方是风险规避型的,可以适当降低 n 的取值,反之则增大 n 的取值;可信用度要求越高,δ 越小;绝对误差要求越小,δ 越小,反之 δ 越大。

三、应用举例及结果分析

1. 应用举例。激励模型的应用关键在于参数 k、n、δ 的确定。这里结合具体实例对不同基数确定方法进行比较分析。沿用第一节的例子,在自报数项加上 600 万元和 700 万元两组数据,并且要求在可信用度 α=0.9 时,误差绝对量(b)不超过 200 万元。在自报数与实际产量相等的情况下,使用不同的基数确定方法得出的代理方的最高收益相等(即子公司从实际利润中分得的最大收益相同)。下面运用激励基数确定法进行分析,并与联合确定基数法的结果进行比较。

从上述分析中可知,当自报数与实际利润相等时,代理方可获得的最大收益为:

$$\max(H)=A-0.8A=0.2A$$

由式(7)可知: $\max H=(k+n)A$, 所以 $k+n=0.2$ 。因为 $b=200, \alpha=0.9$, 由式(5)可得: $\delta=122$ 。现任取 $k=0.15, n=0.05$, 经验证满足条件 $k \geq \frac{n}{\delta} e^{-\frac{1}{2}}$, 则:

$$H=0.15A+0.05e^{-\frac{(S-A)^2}{2\delta^2}} A$$

当实际产量确定且 $A=400$ 万元时,代理方的收益计算公式为:

$$H=kA+ne^{-\frac{(S-A)^2}{2\delta^2}} A=0.15 \times 400+0.05e^{-\frac{(400-400)^2}{2 \times 122^2}} \times 400 \quad (8)$$

针对不同基数确定方法,代理方的收益如表 2 所示:

表 2 实际产量确定、自报数不同时的收益 单位:万元

基数确定方法 \ 自报数	100	200	300	400	500	600	700
联合确定基数法	50	60	70	80	0	0	0
激励确定基数法	61	65.2	74.3	80	74.3	65.2	61

当自报数确定且 $S=400$ 万元时,代理方的收益计算公式为:

$$H=kA+ne^{-\frac{(S-A)^2}{2\delta^2}} A=0.15A+0.05e^{-\frac{(400-A)^2}{2 \times 122^2}} A \quad (9)$$

代理方的收益如表 3 所示:

表 3 自报数确定、实际产量不同时的收益 单位:万元

基数确定方法 \ 实际产量	100	200	300	400	500	600	700
联合确定基数法	0	0	0	80	90	100	110
激励确定基数法	15.25	32.61	50.73	80	92.88	97.83	106.75

2. 结果分析。从表 2 可知,使用激励确定基数法,当实际产量确定时,代理方的收益主要受实际产量和自报数绝对误差的影响,而与自报数和实际产量的相对性无关。这就防止了

代理方由于自报数大于实际产量而导致总收益为 0 的情况发生。从委托代理理论的角度分析,对于代理方必须设定参与约束和激励约束的条件,二者缺一不可,否则委托代理关系不可能形成。而联合确定基数法并没设定参与约束和激励约束的条件,所以这种委托代理关系是不稳定的。

由激励模型可知: $H \geq kA, ne^{-\frac{(S-A)^2}{2\delta^2}} A \geq 0$, 它们可以分别看作委托代理关系中的参与约束和激励约束条件。

从表 3 可知,在自报数确定的情况下,如果代理方在生产过程中发现其无法达到自报的指标时,会有两种后续行动:继续生产和停止生产。从博弈论的角度分析,是否选择继续生产,要看代理方的后续行动(或支出)是否会有后续收益。如果采用联合确定基数法,代理方的后续行动没有收益,而且在此之前的支出也没有收益,所以代理方的最优选择是不再继续生产,而这种情况是委托方最不愿意看到的。当采用激励确定基数法时,因为设定了参与约束和激励约束的条件,代理方虽然无法完成自报指标,但其先行动和后续行动都是有收益的。同时从图 2 可以看出其收益是产出的增函数。对代理方来说,只要产出增加,其总收益就会增加,而且随着产出的不断增加,其奖励系数逐渐变大,此时代理方的最优选择是继续生产;而委托方也会因为代理方的继续生产而实现自身利益的最大化。

四、结论

通过上述分析可知,激励确定基数法有以下特点:一是代理方收益是实际产出的增函数,能有效激励代理方在委托代理关系中追求产出最大化。二是能激励代理方报出自己的实际生产能力,以便获得最大奖励系数。三是能有效解决随机性因素对实际收益的影响问题。该方法对委托代理双方来说是双赢的、公平的、合理的。

主要参考文献

1. 谢湘泉. 委托代理关系中激励约束机制的博弈分析. 经济师, 2005; 5
2. 宋光辉, 刘广. 对 HU 理论的评价及改进. 财会月刊(理论), 2007; 3
3. 周登峰. 联合确定基数法剖析. 经济师, 2006; 8
4. 陆绍凯, 何贤芬, 姚雁飞. 基于联合确定基数法的激励合同设计. 深圳大学学报, 2008; 25
5. 贾让成, 丁元耀, 唐绍祥. 未来收益不确定的委托代理基数的确定. 商业经济与管理, 2001; 8
6. 胡祖光. 不对称信息博弈中的委托人对策. 数量经济技术经济研究, 2000; 9
7. 王强, 王秋霞. 谈博弈论方法在联合确定基数法理论中的应用. 企业发展, 2007; 8
8. 邓永录. 应用概率及其理论基础. 北京: 清华大学出版社, 2005
9. 胡翌, 楚建波. 价值分配理论与人力资本定价. 经济论坛, 2003; 16
10. 张维迎. 博弈论与信息经济学. 上海: 上海人民出版社, 2004