基于 CCAPM 的实物期权定价

傅 强(博士生导师) 唐 勇

(重庆大学经济与工商管理学院 重庆 400043)

【摘要】本文通过引入消费资本资产定价模型(CCAPM),在传统实物期权定价模型中考虑了与项目价值相关的金融风险,假定项目价值与人均消费服从联合对数正态分布,从而将项目价值的风险溢价与收入弹性联系起来,建立了基于CCAPM 的实物期权定价模型。

【关键词】实物期权 风险溢价 定价模型

实物期权理论最初由 Stewart Myers(1977)提出。他指出,期权分析对公司成长机会的合理估价是重要的,许多公司的实物资产可以看成是一种看涨期权。这种期权的价值依附在增长的商业业务上。在实物期权理论产生后,就可以对项目价值进行定量的估算,从而更科学、全面地评估投资项目的价值。1997 年,Merton 和 Scholes 成功地解决了期权定价问题,促进了金融衍生产品的迅速发展。更为重要的是,他们的研究成果推动了期权理论在其他经济领域中的广泛应用,使得经济领域中最棘手的不确定性问题能够用期权理念加以诠释并进行量化。其中,最引人注目的是期权理论在企业资源分配和投资决策领域中的应用,它在某种程度上带来了投资决策方法的革命。

一、实物期权定价理论综述

1. 实物期权的产生。实物期权的兴起源于学术界和实务界对传统净现值法的质疑。传统的净现值法(NPV),尤其是将期望现金流按照风险调整折现率贴现的净现值法(DCF)应用得最为广泛。迈尔斯(1977)首先指出,当投资对象是高度不确定的项目时,传统净现值理论低估了实际投资。迈尔斯认为不确定条件下的组织资源投资可以运用金融期权的定价技术。组织资源投资虽然不存在正式的期权合约,但高度不确定下的实物资源投资仍然拥有类似金融期权的特性,这使得金融期权定价技术可以被应用到这个领域。

迈尔斯认为,企业面对不确定性因素做出的初始资源投资不仅给企业直接带来现金流,而且赋予企业对有价值的“增长机会”进一步投资的权利。因为初始投资带来的增长机会是不确定的,传统净现值理论在计算投资价值时忽略了这部分价值。

不确定条件下的初始投资可以视同购买了一个看涨期权,期权拥有者因此拥有了等待未来增长机会的权利。这样,企业就可以在控制下界风险的前提下,利用不确定性获得上界收益。如果“增长机会”没有出现,企业的下界风险仅为初始投资,这部分可以视为沉没成本,即期权的购买成本;如果“增长机会”来临,企业进一步投资,新的投资可以视为期权的执行,期权的执行价格就是企业进一步投资的金额。这样,企业内部存在两种不同资产:一是实物资产,其市场价值独立于企业投资战略;二是实物期权,实物期权指在合适时机购买实物资产的机会。迈尔斯明确指出实物期权的价值是基于实物资产的,就像股票期权是基于标的股票一样。

从直观上看,一个不可逆的投资机会类似于金融看涨期权。一个典型的金融看涨期权赋予期权投资者在特定的时间区间,按照特定价格获得一定数量金融资产的权利。从实物期权的视角审视某投资行为(假定该投资完全不可逆,项目价值来自于它产生的现金流的净现值),根据投资目的的不同可能存在两种理解:①该投资行为可以视为期权的购买。如果该投资是通过支付沉没成本获得进一步购买具有波动价值资产的权利,我们可将该投资引起的沉没成本视为期权费用。②该投资行为可以看做是期权的执行。如果该投资发生以前已经存在初始投资,投资者现在的投资可以看做是以预先设定的执行价格购买了一种价值波动的资产,这应该理解为期权的执行。

期权定价理论的重大理论突破在于应用了市场均衡的概念,从而不用考虑投资者的风险偏好问题。期权定价模型从金融市场应用到公司决策时,需要考虑决策行为带来的偏离。实物期权不应仅被当做是金融期权定价技术的“领域外延”,正确的做法是保留期权的基本思想和观点,在公司决策领域进行“领域转换”。

期权理论的研究从金融领域拓展到战略管理等领域,需要面对新的挑战。我们应该正视应用实物期权可能引起的偏差,使用组织制度纠正偏差。成功实现“领域转换”,不仅需要理解最初领域中的理论假设和逻辑,还需要理解目标领域中的假设和逻辑,寻求彼此之间的一致性。

2. 实物期权定价模型。国外对期权定价模型的研究已有很长历史,最早的期权定价模型是 Bachelier(1900)提出的。Black 和 Scholes(1973)在美国《政治经济学》杂志上发表了一篇题为“期权定价与公司债务”的论文,提出了著名的 B-S 期权定价模型,这是期权定价发展史上的里程碑。同年,Merton

(1973)对该模型进行扩展,提出B-S-M模型,考虑了股利对期权价值的影响,最先的这两个模型都是基于连续时间的条件。我们可以看出,期权定价模型主要有两类:一种是基于连续时间的B-S定价模型,另外一种是基于离散时间的二项式定价模型。

传统的实物期权定价模型作为项目灵活性价值的计算方法,尽管相对于DCF方法有很大的改进,但由于其并未考虑到与项目价值相关的金融风险对实物期权定价的影响。本文通过引入消费资本资产定价模型,在传统实物期权定价模型中考虑了与项目价值相关的金融风险,假定项目价值与人均消费服从联合对数正态分布,从而将项目价值的风险溢价与收入弹性联系起来,建立了基于CCAPM的实物期权定价模型。

二、消费资本资产定价模型

经典的消费资本资产定价模型,是由Hansen和Singleton(1982)提出来的。他们假定在Lucas(1978)理性预期均衡、信息完全对称的纯交换经济中同质的代表性投资者在线性预算约束下追求个人期望效用最大化。代表性投资者在时刻t的效用函数和预算约束分别是:

$$\max_{x_t} U(C_t)+\beta E[U(C_{t+1})|I_t] \quad (1)$$

$$C_t=W_t-x_t$$

$$C_{t+1}=W_{t+1}+x_tR_{t+1}$$

其中:C_{t+1}代表性投资者在时刻t+1的消费;U(·)是消费二次可微的连续凹效用函数;W_t是代表性投资者在时刻t的总财富;R_{t+1}是资产i在时刻t+1的收益;x_t是投资者在时刻t所拥有的资产数量;β(0<β<1)是主观贴现因子,较小的β意味着代表性投资者给予未来消费效用较小的权重;E[·|I_t]是时刻t信息集下的条件期望算子。

以(1)式为目标函数,通过一阶最优条件的求解可以得到如下欧拉方程:

$$E[BU'(C_{t+1})R_{t+1}/U'(C_t)-1|I_t]=0 \quad (2)$$

如果设定:

$$m_{t+1}=\beta U'(C_{t+1})/U'(C_t) \quad (3)$$

这就是通常所定义的随机贴现因子。于是,方程(2)就变为:

$$E[m_{t+1}R_{t+1}-1|I_t]=0 \quad (4)$$

如果假设目标函数(1)中的期间效用函数U(C_t)为可加的时间可分离的常数相对风险厌恶系数(CRRA)的效用函数,当α≥0且α≠1时,期间效用函数U(C_t)为可加的时间可分离的指数效用函数,即:$U(C_t)=(C_t^{1-\alpha}-1)/(1-\alpha)$;当α≠1时,可加的时间可分离的指数效用函数U($C_t$)就等于对数效用函数。于是,可将期间效用函数U($C_t$)设定为:

$$U(C_t)=\begin{cases}(C_t^{1-\alpha}-1)/(1-\alpha) & \alpha>0,\alpha\neq 0\\ \log(C_t) & \alpha=1\end{cases} \quad (5)$$

其中:α是常相对风险厌恶系数。α的值越大,投资者的风险厌恶程度就越高,从而赋予消费更小的效用。由(5)式可以得到消费的边际效用U′(C_{t+1})和U′(C_t),将其代入到(2)式便可得到具体的欧拉方程表达式:

$$E[B(C_{t+1}/C_t)^{-\alpha}R_{t+1}-1|I_t]=0 \quad (6)$$

我们将(6)式称之为具有可加的时间可分离的常数相对风险厌恶系数的期望效用的消费资本资产定价模型。

从方程(6)可以进一步推出:

$$E(R)-R^f=-\mathrm{cov}[\beta(C_{t+1}/C_t)^{-\alpha},R_{t+1}]/E[U'(C_{t+1})] \quad (7)$$

由上式可得到CCAPM的两个重要结论:①资产风险溢价只由消费增长与资产收益率的协方差决定。②当资产收益率与消费增长正相关时,资产风险溢价大于0;当资产收益率与消费增长负相关时,资产风险溢价小于0。

三、基于CCAPM的实物期权定价模型

首先,我们假定项目价值服从几何布朗运动:

$$d\ln(V)=\mu\cdot dt+\sigma\cdot d\omega \quad (8)$$

其中:V为项目价值;μ为lnV的瞬时期望回报率;σ为lnV的瞬时期望波动率;dω为维纳增量过程)

根据CCAPM所得出的结论,我们假设项目价值的随机过程与人均消费增长服从联合对数正态分布,消费者保持相对不变的风险厌恶,定义一个风险溢价作为与随机项目价值相关的系统风险的补偿因子。

$$\eta=\lambda\cdot \mathrm{cov}(\ln V,\ln k) \quad (9)$$

其中:λ为风险的价格,即消费者的相对风险厌恶度。

定义消费弹性为:

$$\xi=(dV/V)/(dInV/Inc)=d\ln(V)/d\ln(Inc) \quad (10)$$

这里,lnc表示收入。若要将固定比例的收入用于消费,则将"dln(Inc)/dln(k)=1"代入上式中可得:

$$\xi=[d\ln(V)/d\ln(Inc)][(dInc/Inc)/d\ln(k)]=d\ln(V)/d\ln(Inc) \quad (11)$$

$$\ln(V)=\xi\cdot\ln(k)+C \quad (12)$$

从而,风险溢价可以表示为:

$$\eta=\lambda\xi\sigma_k^2 \quad (13)$$

其中:σ_k表示k的瞬时期望波动率。

此外,由式(9)可知η与σ正相关,为简化模型,我们不妨假设η=ρσ。依据风险中性定价理论(Hull,1999),将项目价值变换到风险中性测度下:

$$d\ln(V)=(\mu+\eta)dt+\sigma d\omega \quad (14)$$

运用B-S公式计算项目的实物期权价值有:

$$c=V_0\cdot e^{\mu-r-\eta}\cdot N(d_1)-X\cdot e^{-rT}\cdot N(d_2) \quad (15)$$

其中:$d_1=[\ln(V_0/X)+(\mu-\eta+\sigma^2/2)T]/\sigma\sqrt{T}$;$d_2=d_1-\sigma\sqrt{T}$。

四、参数估计

为了正确地评估与项目价值相关的金融风险对实物期权价值的影响,我们需要估计出风险溢价η与ρ的取值范围。由式(13)知:为了确定风险溢价的取值区间,我们需要找到相对风险厌恶系数、消费收入弹性以及人均消费增长率标准差的上界,或者是找到消费收入弹性与平均风险溢价的上界。相比较而言,后者存在更多的经验数据。Berling(2005)研究发现,普通商品的消费收入弹性介于医疗服务的0.22到汽车的3.00之间,由此可以假定ξ≤5。大量研究都估计出相对风险

厌恶系数介于1~2之间。Mehra和Prescott认为$\lambda>10$是不可思议的。因此，结合可观测的人均消费增长率标准差在1889~1978年的值$\sigma_g=3.57\%$，平均项目价值风险溢价$\lambda \cdot \sigma_g^2$小于1.27%。同时，我们应该注意到风险溢价上界的选取应该与CCAPM模型一致，即$\eta=\lambda \cdot cov(\ln V,\ln k)\leqslant(\lambda \cdot \sigma_k)\cdot\sigma$；又由于在1969~1978年之间，$\sigma_g>7.8\%$且$\lambda \cdot \sigma_g^2 \leqslant 3.36\%$，则可以得到$\eta \leqslant 0.4\sigma$。基于以上数据，我们设定$\eta \leqslant \min(20\%, 0.4\sigma)$，$\rho \leqslant 0.4$。

五、数值分析

假设某公司拥有一个需要投资1 000万元的项目，该项目现值为900万元，项目寿命为5年，即该公司拥有了一个5年期的看涨期权。类比金融期权可知，该期权的执行价格为1 000万元，标的资产的当前价值为900万元，到期时间为5年后。

为该例设定各初始参数的值：无风险利率$r=5\%$；lnV瞬时期望回报率$\mu=30\%$，$\rho=0.3$；瞬时期望波动率$\sigma \in [20, 66\%]$；相应的风险溢价$\eta \in [6\%, 19.8\%]$。

本文旨在比较改进后的实物期权模型与传统实物期权模型的差异，因此，我们采用Matlab软件同时计算了C-ROV（基于CCAPM模型的实物期权价值）与ROV（传统实物期权价值），结果见图1。

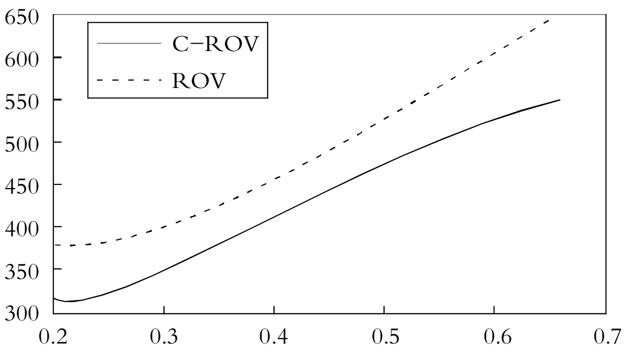

图1

为了分析波动率对实物期权价值的影响程度，我们定义实物期权价值的变化率$fc=[d(C-ROV)]/d\sigma(C-ROV)$，$f=dROV/d\sigma \cdot ROV$。

从而得到(σ-fc，σ-f)的关系图(图2)。

如图1所示，我们发现基于CCAPM的实物期权价值小于传统实物期权价值，并且两者都随着σ的增加而增加，这也正是实物期权理论建立的基础。但是，观察图2可以发现，当σ的增加超过一个临界值σ^*时，fc开始小于f，即波动率

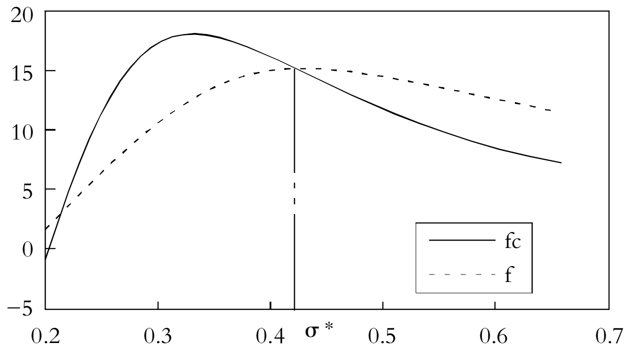

图2

的增长对基于CCAPM的实物期权价值增长的影响程度开始小于传统实物期权。出现这种现象的原因在于风险溢价的引入，当$\sigma<\sigma^*$时，风险溢价η由于相对较小，从而对fc的抑制作用没有发挥出来。但当σ超过临界值σ^*的同时，η也超过也了自身的一个临界值$\eta^*(\eta=\rho\sigma)$，这时风险溢价对fc的抑制作用开始显现出来，在这个区间内，波动率的增长对基于CCAPM的实物期权价值增长的影响程度小于传统实物期权。

六、结论

通过建立基于CCAPM的实物期权定价模型，对模型的主要参数波动率进行数值分析后可以得到以下两个结论：

1. 由于引入了风险溢价因素，基于CCAPM的实物期权价值低于传统实物期权价值。

2. 实物期权价值随波动率的增加而增加，但当波动率增加超过了一个临界值后，相对于其对传统实物期权的影响而言，波动率对基于CCAPM的实物期权价值并不显著。

本研究的经济意义在于：在对项目价值评估时，决策者应该考虑与项目价值相关的金融风险对实物期权价值的影响，提高投资的安全性、可靠性。

主要参考文献

1. Stewart C. Myers, Determinants of corporate borrowing. Journal of Financial Economics, 1977；11

2. Kogut. B, N.Kulatilaka, Options Thinking and Platform Investments: Investing in Opprotunity, California Management Review, 1994；2

3. Merton R. An intertemporal capital asset pricing model. Econometrica, 1973；8

4. 龚朴，何志伟.变波动率多期复合实物期权定价模型及应用.管理工程学报，2006；2