

# 基于低偏矩的非线性套期保值策略研究

姚荣辉 张蜀林(博士) 罗箐宇

(北方工业大学经济管理学院 北京 100144)

**【摘要】** 本文以低偏矩(LPM)取代方差作为衡量风险的指标,同时针对金融时间序列之间存在的非线性关系引入基于连接(Copula)函数的非线性相关系数进行实证分析,结果表明:改进后的方法明显优于最小方差(MV)法。

**【关键词】** 低偏矩 套期保值 Copula函数

套期保值的核心问题是对套期保值比例的确定,而套期保值比例的确定又涉及对金融资产收益和风险的度量问题,一般以方差作为风险度量指标,即用MV法计算套期保值比例。但MV法存在两点不足:①它没有真正刻画符合人们心理预期的风险概念;②造成较少的投资收益。本文认为以LPM作为风险度量指标的LPM方法能够有效地解决以上两个问题。

无论采用什么方法计算套期保值比例,必然涉及资产价格或收益之间的相关系数。金融变量之间的相关性分析是对资产组合风险进行度量的关键。以往的风险管理模型引入经典的Pearson线性相关系数对变量之间的相关关系进行分析,但具有明显的局限性,如无法捕捉变量之间的非线性关系等。而由Copula函数导出的相关性指标恰能弥补这方面的不足。

## 一、文献综述

1. 关于LPM方法。LPM方法产生于投资学领域的研究。Markowitz(1952)的投资组合选择理论首次将方差作为风险衡量指标,认为价格降低和提高都会产生风险,这有悖于一般

目标。

(2)对金融创新应作辩证分析。美国次贷危机给予我们的启示是:金融创新是一把双刃剑,收益与风险并存。因此,我们不能盲目进行金融创新,只有进行辩证分析,才能真正实现其价值。首先,不能因为美国次贷危机就放弃金融创新,关键是把创新和风险控制结合进行。其次,不宜过度宣扬金融自由化和过早撤除资本市场和银行体系之间的防火墙,进行金融产品创新的同时不应忽视金融体系的制度建设,金融机构不能过于看重短期回报。最后,金融监管当局要密切关注新出现的金融工具、新产生的金融制度带来的新的风险。这些新出现的金融工具和新产生的金融制度隐藏的风险会绕开“防火墙”相互产生影响,最终导致市场上所有的参与主体都面临风险。金融监管当局还要知道风险易向哪些金融子市场或金融机构传递、通过什么样的路径传递,这样才能在危机刚刚爆发时及时化解。

如前所述,在当前的金融制度下,刺激经济增长或反危机

的投资心理。后来,Markowitz(1959)针对此不合理现象对原有理论作了修正,提出半方差的概念。自Roy(1952)提出仅运用收益率低于一定目标值的概率来评估风险后,陆续有学者提出了不同的下行风险评估方法。Bawa(1975)和Fishburn(1977)提出LPM模型的理论框架,并最终形成了LPM方法。在过去的文献中,已有一些运用LPM的概念进行实证分析。国外的以Eftekhari(1998)、Lien和Tse(2000)、Lien和Tse(2001)、Demirel和Lien(2003)等的研究为代表。国内关于此方面的研究较少,曹海华和史永东(2006)做了题为“基于方差和LPM方法下的套期保值比较”的研究,杨威(2007)也进行了基于LPM的最小套期保值比例的实证分析。他们都认为改进后的方法优于之前的MV法。但是他们都只是对风险度量指标——方差进行了改进,并没有对相关指标做进一步研究。

2. 关于Copula函数。Sklar(1959)最先提出了Copula函数。自Embrechts(1999)把Copula理论引入金融领域的研究以来,金融风险分析被推向了一个新的阶段。Embrechts等(2002)提出了将Copula函数应用于金融市场上的风险管理、投资组合

的货币政策具有明显的局限性,它会通过对市场流动性的影响促使资产价格泡沫的增多和金融危机的形成。因此,应尽可能谨慎实施货币政策来应对经济衰退,货币政策目标应明确为控制通货膨胀和保持经济稳定。

## 主要参考文献

1. John Kiff, Paul Mills. Money for Nothing and Checks for Free: Recent Developments in US Subprime Mortgage Markets. IMF Working Paper, 2007
2. 何帆, 张明. 美国次级债危机是如何酿成的. 求是, 2007; 20
3. 杜厚文, 初春莉. 美国次级贷款危机: 根源、走势、影响. 中国人民大学学报, 2008; 1
4. 范文仲. 次贷危机有四大教训值得认真吸取. 上海证券报, 2008-09-18
5. 侯尧文, 胡怀邦. 资产价格泡沫、传统银行业脆弱性与国有商业银行业务转型. 当代经济科学, 2008; 1

选择、资产定价等方面。近年来信用衍生产品成为转移和规避信用风险的主要工具,信用衍生产品市场飞速发展。Genest等(2003)运用Copula模型对信用衍生产品进行定价,还有不少学者做了金融市场极值相关性方面的研究。

张尧庭(2002)最先做了关于Copula函数的研究。司继文(2005)等运用Copula函数构建了变量尾部相关性的表达式,并得出Copula方法可以较好地反映国内外股市的相关性结构。肖璨(2007)运用Copula函数对我国债券市场的相关性进行了研究。李悦和程希骏(2006)研究了上证指数和恒生指数的Copula尾部相关性,得出两者之间存在上尾相关性的结论。

王玉刚(2006)、赵家敏(2008)等都用了Kendall秩相关系数 $\tau$ 取代线性相关系数计算套期保值比例,提高了套期保值比例的精度。他们并没有由 $\tau$ 进一步进行非线性相关或者极值相关方面的研究,而是用 $\tau$ 取代Pearson线性相关系数。本文认为这样做是不妥的,根据Copula函数和 $\tau$ ,我们可以计算出更为准确的上下尾极值相关系数,以此来代替Pearson线性相关系数。

## 二、研究中相关数值的计算方法

1. LPM定义式。LPM的数学定义式如下:

$$LPM_n = \int_{-\infty}^{\tau} (\tau - R_p)^n f(R_p) dR_p = \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k [\text{Max}(0, \tau - R_{pt})]^n \quad (1)$$

其中: $\tau$ 为目标收益,可以为均值或任意定义的某一初始值; $R_p$ (或 $R_{pt}$ )为投资组合的报酬率; $f(R_p)$ 为投资组合报酬率的概率密度函数; $n$ 为矩阵的阶数;样本数为 $k$ ;Max(0,  $\tau - R_{pt}$ )为最大值函数,即在0与“ $\tau - R_{pt}$ ”之间选择较大者作为函数值。

直观看来,以LPM作为风险衡量指标时,仅认为实际报酬率低于目标报酬率时会产生风险。当 $n=0$ 时,LPM为实际报酬率低于目标报酬率的概率;当 $n=1$ 时,LPM为预期损失;当 $n=2$ 时,LPM则为实际报酬率低于目标报酬率的风险,称之为半方差。

2. 非线性相关系数的确定。

(1) Kendall秩相关系数 $\tau$ 。正相关或负相关概念的精确说法是:设 $(x_1, y_1)$ 、 $(x_2, y_2)$ 为两个独立同分布的变量,如果 $(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0$ ,称 $(x_1, y_1)$ 与 $(x_2, y_2)$ 正相关;若 $(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0$ ,称 $(x_1, y_1)$ 与 $(x_2, y_2)$ 负相关。前者称为和谐,后者称为不和谐。而和谐与不和谐概率的差就是Kendall秩相关系数 $\tau$ ,其数学定义式表示如下:

$$\tau = P\{[\text{sign}(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0] - [\text{sign}(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0]\} \quad (2)$$

其中: $\tau$ 反映变量之间的非线性相关性,度量了 $x$ 与 $y$ 变化的一致性程度。 $\tau=1$ ,表示 $x$ 与 $y$ 同方向变化,称为正相关; $\tau=-1$ ,表示 $x$ 与 $y$ 反方向变化,称为负相关; $\tau=0$ ,表示 $x$ 与 $y$ 的变化方向一半相同、一半相反,所以不能判断 $x$ 与 $y$ 是否相关。

(2) Copula函数的非线性相关系数。Copula函数族中的Gumbel Copula函数对上尾相关性(即两种资产产生向上的极

端值的相关情况)非常敏感;而Clayton Copula函数对下尾相关性(即两种资产产生向下的极端值的相关情况)非常敏感。我们正要研究资产价格在上升和下降情况下的相关情况,因此我们选取这两类函数作为研究对象。Copula函数族有一个特性,那就是Kendall秩相关系数 $\tau$ 均为单参数Copula函数参数的解析函数。

对于Gumbel Copula函数,Kendall秩相关系数 $\tau$ 、参数 $\theta$ 、上尾相关系数 $\lambda_U$ 的关系式为:

$$\begin{aligned} \theta &= 1/(1-\tau) \\ \lambda_U &= 2-2^{1/\theta} \end{aligned} \quad (3)$$

对于Clayton Copula函数,Kendall秩相关系数 $\tau$ 、参数 $\theta$ 、下尾相关系数 $\lambda_L$ 的关系式为:

$$\begin{aligned} \theta &= 2\tau/(1-\tau) \\ \lambda_L &= 2^{1/\theta} \end{aligned} \quad (4)$$

因为要研究资产价格上升和下降两种情况下的相关情况,所以本文取二者的平均数作为计算套期保值比例的相关系数。

3. 最小风险套期保值比例的计算。本文将LPM作为风险衡量指标,最小风险套期保值模型可具体化为最小半方差套期保值模型(此处称为MLPM模型,又称为MLPM法),此模型表示如下:

$$\text{Min}\{LPM_{\tau,2}[(S_2 - S_1) - h(F_2 - F_1)]\} \quad (5)$$

其中: $\tau$ 为目标收益, $h$ 为套期保值比例, $S_1$ 、 $S_2$ 分别为 $t_1$ 、 $t_2$ 时刻现货的价格, $F_1$ 、 $F_2$ 分别为 $t_1$ 、 $t_2$ 时刻期货的价格。

$$SD_{t(2)} = \sqrt{LPM} = \left\{ \frac{1}{k} \sum_{t=1}^k [\text{Max}(0, \tau - R_{pt})]^2 \right\}^{1/2} \quad (6)$$

$$LPM_{\tau,2}[(S_2 - S_1) - h(F_2 - F_1)] = LPM_S + h^2 LPM_F - 2\gamma h SD_S SD_F \quad (7)$$

其中: $\gamma$ 为相关系数, $SD$ 为半偏差。

为使得式(7)得出最小值,则有:

$$d(LPM_S + h^2 LPM_F - 2\gamma h SD_S SD_F) / dh = 2h LPM_F - 2\gamma SD_S SD_F = 0$$

$$d(LPM_S + h^2 LPM_F - 2\gamma h SD_S SD_F)^2 / dh^2 = 2LPM_F > 0$$

因此: $h = \gamma(SD_S / SD_F)$ 。

我们从以上推导过程可以发现,MLPM方法下的套期保值比例的计算方法类似于传统的MV法下的套期保值比例的计算方法。

## 三、实证分析

1. 数据说明。本文以2007年12月10日至2008年11月17日这一时期的230个交易日的恒生指数和恒生指数期货收盘价格作为研究对象。其中:前180个数据用以计算套期保值比例,后50个数据用来检验传统的MV法下和MLPM法下的套期保值效果。

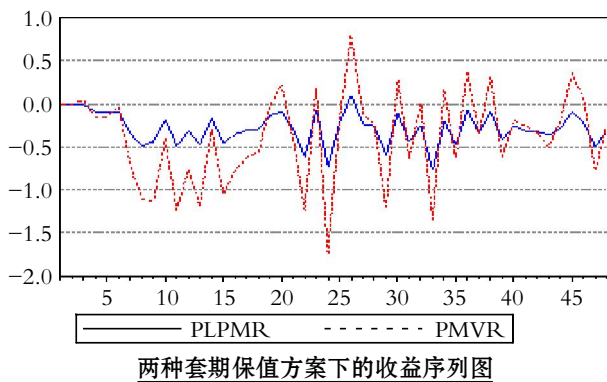
2. 计算套期保值比例。用SPSS软件求得 $\tau=0.963$ ,根据式(3)、(4)得到: $\lambda_U = \lambda_L = 0.975$ 。

我们用S-plus软件可以计算出以下数值: $LPM_F = 1\ 668\ 052$ ,  $SD_F = \sqrt{LPM_F} = 1\ 292$ ,  $LPM_S = 1\ 659\ 802$ ,  $SD_S = \sqrt{LPM_S} = 1\ 288$ 。

因此： $h=\gamma (SD_S/SD_F)=0.977$ 。若使用传统的MV法计算有： $k=\rho(\sigma_S/\sigma_F)=0.994$ 。

3. 两种方法（MLPM法与MV法）下的套期保值效果比较。假设套期保值参与者在 $T_0$ 时刻持有的资产状况为：持有一单位的现货资产并买入相应比例的期货合约，即： $R_0=S_0-\gamma F_0$ 。那么在以后的 $T_n$ 时刻持有资产组合的价格随着单项资产价格的变化而变化，产生的收益百分比为： $R_1=[S_1-\gamma F_1-(S_0-\gamma F_0)]/(S_0-\gamma F_0)=[S_1-S_0-\gamma(F_1-F_0)]/(S_0-\gamma F_0)$ 。 $R_n$ 可以采用类似方法求得。我们可以通过对两种方法下收益序列的研究来比较两种方法下的套期保值效果。

直观的收益序列图如下：



两种套期保值方案下的收益序列图

上图中：纵坐标表示收益百分比，横坐标表示时间；PLPMR曲线代表MLPM法下各期套期保值收益的分布，PMVR曲线代表MV法下各期套期保值收益的分布。

从收益的均值和波动率来看，MLPM法下套期保值效果要好于传统MV法下的套期保值效果。

两种方法下收益序列的均值M、方差Var、标准差 $\sigma$ 、低偏矩LPM、半偏差SD详见下表：

两种套期保值方案下收益序列的统计值

统计值	MLPM 法	MV 法
M	-0.283 7	-0.388 6
Var	0.037 1	0.294 4
$\sigma$	0.192 7	0.542 5
LPM	0.020 3	0.163 4
SD	0.142 3	0.404 2

从上表的统计值可以看出，MLPM法下的M大于MV法下的M，并且无论是Var、 $\sigma$ 还是LPM、SD，MLPM法下的都明显小于MV法下的。因此，我们有理由相信，MLPM法要优于传统

的MV法。

#### 四、结论

第一，进行套期保值操作时，我们应关注资产组合的风险而不是收益。收益是我们研究风险的标的。衡量风险的指标应该更符合人们对风险的理解。

第二，我们不能简单地说法金融资产价格之间线性相关，因为价格是一个受多种因素影响的随机变量，很容易产生极端值。线性相关指标无法捕捉到这种极端值所反映的信息，而这种极端值会对我们的投资收益产生重大影响，因此我们不能忽略这种非线性相关关系，而应该采用更符合实际情况的相关性指标。

第三，本文研究仍然存在需要完善之处。比如，LPM这个指标应该随着资产价格的变化而变化。在套期保值期间需要适时地调整套期保值比例，这样不仅可以更进一步降低风险、提高套期保值的精度，而且还可以获得更多超额收益。这将是后续研究的重点。

【注】本文系北京市教委“人才强教”项目（项目编号：06202）研究成果。

#### 主要参考文献

1. Chen S. Lee, C. Shrestha K.. Futures Hedge Ratios: A Review. The Quarterly Review of Economics and Finance, 2003;43
2. 徐克军. 半方差在风险管理中的应用及估计的统计性质. 同济大学学报(自然科学版), 1998; 1
3. 约翰·赫尔著. 张陶伟译. 期货、期权和其他衍生产品. 北京: 华夏出版社, 2000
4. Juri A., Wutrich M. V.. Copula Convergence Theorems for Tail Events. Insurance Mathematics and Economics, 2002; 30
5. 杨威. 股指期货基于LPM 的最优套期保值率研究. 期货日报, 2007-09-26
6. 张尧庭. 连接函数(copula)技术与金融风险分析. 统计研究, 2002; 4
7. 司继文, 蒙坚玲, 龚朴. 国内外股票市场相关性的Copula 分析. 华中科技大学学报(自然科学版), 2005; 1
8. 李悦, 程希骏. 上证指数和恒生指数的copula 尾部相关性分析. 系统工程, 2006; 5
9. 肖璨, 田益祥, 朱冬. 运用Copula方法对债市相关性的测度. 统计与决策, 2007; 18
10. 王玉刚, 迟国泰, 吴姗姗. 基于非线性相关的最小方差套期保值比率研究. 价值工程, 2006; 10