消费均衡资产定价模型在我国A股市场的应用

王国治

（华南理工大学金融工程研究中心　广州　510006）

【摘要】本文运用Lucas的资产定价模型，并结合CRRA效用函数，假设红利增长率遵循一阶高斯自回归方程来考察我国A股市场中股票价格和股票收益率的关系，结果表明股票价格与股票收益率之间不存在线性协整关系。

【关键词】资产定价　股票超额收益率　无风险收益率

由Lucas和Breeden（1979）构建的基于消费的资产定价模型（CCAPM），是通过消费行为将证券的风险界定为该证券收益率的协方差。在模型中将这个协方差称为消费β。换句话说，在该模型中资产预期收益的系统风险可由消费增长的风险来解释。正如Campbell和Cochrane（2000）曾经提到的，CCAPM的发展是经济学发展的主要标志之一。模型的精妙之处在于在跨期消费选择和资产收益率之间建立了一个合理的关系。

CCAPM主要应用于成熟的金融市场，本文则将CCAPM应用于我国的股票市场以检验消费均衡的资产定价。从历史数据来看，我国的股票市场表现为高的平均资产收益率和高的平均无风险收益率。同时，市场中股票收益率和超额收益率表现出较大的波动性。结合股票价格指数以及股票收益率和无风险收益率的历史数据，运用Lucas提出的模型，笔者考察了消费基本面和股票收益率之间的关系。

一、理论模型

在Lucas的模型中，假设一个行为主体效用最大化是通过式（1）给出的一系列贴现效用的最大化实现的，并且有一个单一的资产以非耐用的消费品作为外生的红利支付。这个代表性的优化问题可用下式描述：

$$\max E_t\{\sum_{s=0}^{\infty}\beta^s U(C_{t+s})\} \tag{1}$$

预算约束为：

$$C_t+W_t=W_{t-1}R_t \tag{2}$$

其中，C_t是该主体在时间t的消费水平，W_t是投资的水平。P_t是获得外生红利的实际资产价格，R_t是从t-1期到t期均衡总股票收益率，$R_t=(R_t+D_t)/P_{t-1}$；D_t是从t-1期到t期实际收到的红利，β是不变的主观贴现因子（$0<\beta<1$），E_t是在t时刻的信息条件下的条件期望。这个优化问题的一阶条件是随机欧拉方程，如式（3）：

$$E_t[\beta\frac{U'(C_{t+1})}{U'(C_t)}R_{t+1}]=1 \tag{3}$$

假设效用函数取常数，则相对风险厌恶效用函数的形式可表示为：

$$U(C_t)=C_t^{1-\gamma}/(1-\gamma) \tag{4}$$

这里γ是相对风险厌恶系数，用来测度效用函数的曲率，且$\gamma\geqslant 0$。均衡时$C_t=D_t$，由此得到：

$$P_t=E_t\beta(D_{t+1}/D_t)^{-\gamma}(P_{t+1}+D_{t+1}) \tag{5}$$

设v_t为股票价格和红利的比率，即$v_t\equiv P_t/D_t$。这样式（5）可转换为：

$$v_t=E_t\beta(D_{t+1}/D_t)^{1-\gamma}(v_{t+1}+1) \tag{6}$$

方程（6）隐含地确定了这个资产定价问题的结果。设D_t遵循某一外生的随机过程，得到价格和红利的比率v_t。

1. 运用一阶高斯自回归方程进行研究。假设实际的红利增长率为$x_t\equiv\ln(D_{t+1}/D_t)$，并遵循一个AR（1）的高斯随机过程（Burnside，1998）：

$$x_t=\mu(1-\eta)+\eta x_{t-1}+\varepsilon_t \tag{7}$$

ε服从均值为0、方差为σ^2的正态分布，并且$|\eta|<1$，以保证是平稳的AR（1）过程。结合式（7），式（6）可以表示为：

$$v_t=E_t\beta\exp[(1-\gamma)x_{t+1}](v_{t+1}+1) \tag{8}$$

设$\alpha\equiv 1-\gamma$和$m_{t+1}\equiv\beta\exp(\alpha x_{t+1})$。可以将式（8）变换为：

$$v_t=E_t m_{t+1}(v_{t+1}+1) \tag{9}$$

通过前向迭代式（9），我们得到一个差分方程并且运用横截条件解方程。运用这个框架，Burnside（1998）提出v_t可以表示为如下形式：

$$V_t=\sum_{i=1}^{\infty}\beta^i\exp[a_i+b_i(x_t-\mu)] \tag{10}$$

这里：

$$a_i=\mu\alpha i+1/2\alpha\ [\sigma^2/(1-\eta)^2]\{i-2\ [\eta/(1-\eta)](1-\eta^i)+\eta^2[(1-\eta^{2i})/(1-\eta^2)]\} \tag{11}$$

而：

$$b_i=\alpha[\eta/(1-\eta)](1-\eta^i) \tag{12}$$

式（10）要求v_t是收敛的，因而是有界的，并按照式（13）定义一个参数κ小于1：

$$\kappa\equiv\beta\exp[\alpha\mu+\alpha^2\sigma^2/2(1-\eta^2)]<1 \tag{13}$$

2. 估算资产收益率。从t期到t+1期间均衡的总股票收

益率为 R_t^e，具体见下式：

$$R_t^e=(P_{t+1}+D_{t+1})/P_t \qquad (14)$$

将 $v_t\equiv P_t/D_t$ 和 $x_t\equiv\ln(D_{t+1}/D_t)$ 代入上式，得到股票收益率的另一表达式：

$$R_t^e=[(1+v_{t+1})/v_t]\exp(x_{t+1}) \qquad (15)$$

另外，模型假设一单位无风险资产到期时的价格可以获得一单位的消费品，表达式如下：

$$P_t^f=\beta E_t[U'(C_{t+1})/U'(C_t)] \qquad (16)$$

这里 $U'(C)$ 是消费的边际效用。结合式(4)的相对风险厌恶效用函数(CRRA)和均衡条件 $C_t=D_t$，代入 $x_t\equiv\ln(D_{t+1}/D_t)$，式(16)可以转换为：

$$P_t^f=\beta E_t[\exp(-\gamma x_{t+1})] \qquad (17)$$

由于 x_t 遵循式(7)的 AR(1)过程，式(17)可以转换为：

$$P_t^f=\beta\exp[-\gamma\mu-\gamma\eta(x_t-\mu)]E_t[\exp(-\gamma\varepsilon_{t+1})] \qquad (18)$$

若 $x\sim N(\mu,\sigma^2)$，那么 $E[\exp(x)]=\exp(\mu+\sigma^2/2)$，这样我们得到：

$$E_t[\exp(-\gamma\varepsilon_{t+1})]=\exp(\gamma^2\sigma^2/2) \qquad (19)$$

接下来可以得到无风险资产价格的表达式为：

$$P_t^f=\beta\exp[-\gamma\mu-\gamma\eta(x_t-\mu)+(1/2)(\gamma\sigma)^2] \qquad (20)$$

总的无风险资产的均衡收益率可由下式确定：

$$R_t^f=1/P_t^f \qquad (21)$$

则：

$$R_t^f=\beta^{-1}\exp[\gamma\mu+\gamma\eta(x_t-\mu)-\gamma^2\sigma^2/2] \qquad (22)$$

股票的超额收益率是股票收益率超过无风险收益率的部分：

$$R_t^p=R_t^e-R_t^f \qquad (23)$$

二、数据

笔者收集了我国从1999年1月到2009年4月的月度股票指数、股票收益率、无风险收益率以及CPI的数据。考虑到上海股票市场更具代表性，因此月度股票指数是指上证综合指数。月度的CPI以2005年11月为基期。以这四方面的数据为基础，笔者估算出了实际股票收益率、红利增长率、实际股票价格指数、实际股票收益率、无风险收益率以及股票的超额收益率。

表1　统计摘要(1999年1月~2009年4月)

变　量	R_e	R_f	R_p	g	P_i
S.d.	97.38	12.31	96.43	102.46	13.24
Skewness	1.34	-0.43	1.21	-0.58	0.36
Kurtosis	6.17	4.21	5.67	4.42	4.25
LM statistic	68.92*	10.14*	58.68*	14.13*	8.26*
Q-statistic					
Q(6)	28.74*	7.23	24.65*	7.12	6.43
Q(12)	52.13*	18.67*	40.18*	14.42	12.01
Q(18)	60.28*	33.27*	53.62*	25.13	28.61

表1中，g代表平均的年度实际红利增长率 g_t，$g_t=\ln(D_t/D_{t-1})\times100$。$P_i$ 表示年度CPI通货膨胀率。LM检验在显著性水平为1%的情况下的临界值为9.21，加*表示统计的显著性水平为1%。Q(n)统计量表示n为6、12和18且在5%的显著性水平下的特征值分别是12.59、21.03和28.87，加*表示统计的显著性水平为5%。

表1列出了相应数据的统计摘要。相对于正态分布，实际的红利增长率具有过大的峰度和负的偏度。拉格朗日乘子(LM)检验不支持该数据服从正态分布的假设。对于实际股票收益率、无风险收益率和股票溢价收益率，实际股票收益率和股票溢价收益率之间存在明显的样本自相关，无风险收益率没有表现出明显的样本自相关。从已有的数据来看，实际股票收益率、无风险收益率和超额收益率具有胖尾分布的特点，LM检验不支持这三方面数据服从正态分布的假设。股票收益率和超额收益率表现出负的偏度。

三、实证研究的结果

ADF和PP检验的结果见表2，显示出价格和红利的都有一个单位根。

表2　单位根检验结果

ADF		PP	
Price	Dividend	Price	Dividend
-1.34(2)	-1.24(2)	-2.15(3)	-1.71(3)

注：两个检验不支持一个单位根假设的MacKinnon(1991)临界值在显著性水平为5%下为-2.88。括号内数值为按照AIC和SBC得出的最优滞后阶数。

表3列出了协整检验的结果，显示在股票价格和红利之间不存在预期的长期稳定关系。于是笔者对CCAPM应用于我国股票市场的经验结果进行了检验。在标准的Lucas模型中，所获的红利都用于消费，因而二者是相等的。运用这个思路并结合经验数据，笔者运用实际的红利增长率估计了式(7)的自回归过程。因此在贴现因子β和相对风险厌恶系数γ真实值下获得了由式(15)和(22)决定的模型收益率。同时进一步计算了由模型得出的收益率的样本均值，并把该值同实际收益率的样本观测值的均值进行了比较。

表3　协整检验结果

Trace statistic		Maximum eigenvalue statistic	
r=0	r≤0	r=0	r=1
12.46(16.12)	0.18(4.17)	12.3(16.12)	0.18(4.17)

注：括号内是显著性水平为5%拒绝没有协整关系假设的值和最大特征值检验的临界值。协整检验的最优滞后阶数根据AIC和SBC准则确定为3。两个检验都显示在5%的显著性水平下，股票价格和红利之间不存在协整关系。

1. 实际红利增长率的回归估计。笔者估计了红利增长率自回归过程AR(P)，其中P取0~5。表4报告了所有的AIC和SBC准则的值。考虑到模型的需要，根据SBC准则笔者发现AR(1)是最佳的选择。

表4

	AR(0)	AR(1)	AR(2)	AR(3)	AR(4)	AR(5)
AIC	323.45	322.37*	322.89	323.01	324.97	326.67
SBC	329.18	326.12*	332.53	333.74	336.32	345.06

注：*表示一行中的最小值。

对 AR(1)模型的 LM 的正态性检验和 Q 统计量的检验如表 5 所示：

表5　残差$\hat{\varepsilon}_t$和$\hat{\varepsilon}_t^2$的统计摘要

变　量	AR(1)	
	$\hat{\varepsilon}_t$	$\hat{\varepsilon}_t^2$
Mean	-0.01	0.96
Skewness	-0.44	3.26
Kurtosis	4.00	14.80
LM statistic	8.35	837.68 *
Q-statistic		
Q(6)	4.26	69.43 *
Q(12)	10.56	90.13 *
Q(18)	20.44	116.83 *

注：Q(n)统计量的临界值在 n 为 6、12 和 18 以及 5%的显著性水平下为 12.59、21.03 和 28.87。*表示数值的显著性水平为 5%。

2. 结果调整。表 6 报告了选定红利增长率的参数估计值。运用公式(10)~(12),结合现实的 β 和 γ 值计算相应的价格-红利比率,所有的 β 和 γ 的组合都必须满足由式(13)给出的收敛条件。给定的价格-红利比率，我们可以根据式(15)计算出模型导出的股票收益率均值 R_t^e,并由式(22)计算出模型导出的无风险收益率 R_t^f。那么相应的超额收益率的均值为 $R_t^e - R_t^f$。

表6　红利增长率的参数估计

$(x_t-\mu)=\eta(x_{t-1}-\mu)+\varepsilon_t, \lvert\eta\rvert<1, \varepsilon_t \sim$ i.i.d. $N(0,\sigma^2)$		
η	μ	σ^2
-0.238 5(0.092 6)*	0.013 6(0.090 3)	0.978 6(0.134 5)*

注：x_t是实际月度红利增长率；括号内的数值为标准差；*表示显著性水平为 5%。

表7　模型导出的平均收益率

Discount factor β	Coefficient of relative risk aversion γ	Mean equity returns R^e	Mean risk-free returns R^f	Mean equity premium R^p
0.92	0.75	15.03	10.17	4.86
0.92	1.00	15.27	8.35	6.92
0.92	1.20	15.16	6.85	8.31
0.95	0.75	14.62	9.85	4.77
0.95	1.00	14.94	8.09	6.85
0.95	1.20	14.75	6.63	8.12
0.98	1.00	14.64	7.86	6.78
0.98	1.20	14.59	6.43	8.16

注：R^e 是模型公式(15)导出的 R_t^e 的均值。R^f 是由模型公式(22)导出的 R_t^f 的均值。R^p 是($R_t^e - R_t^f$)的均值。

表 7 报告了调整的数据结果,计算中 β 采用 0.98、g 采用 1.2。这是因为采用这样的参数得到的模型导出的超额收益率与历史数据的均值最为接近。从结果可以看出,模型低估了我国 A 股市场的股票收益率，历史平均收益率高达 71.58%。但是当 β=0.98、γ=1.2 时，由模型估算出的股票收益率为 17.16%。模型略微低估了无风险收益率。相对于 6.62%的历史平均水平,模型导出的值为 6.43%。这样的话,模型导出的超额收益率为 8.16%,远低于 64.18%的历史水平。

四、结论

本文通过运用 Lucas（1978）的资产定价模型并结合 CRRA 效用函数,同时假设红利增长率遵循一阶高斯自回归过程，考察了我国 A 股市场中股票价格和股票收益率的关系。笔者预先进行了协整检验,以判断股票价格和股票收益率之间是否存在线性协整关系,结果显示并不存在这样的关系。运用导出的价格-红利比率和真实贴现因子以及相对风险厌恶系数，我们通过模型计算出相应的收益率均值并与历史样本数据进行了对比,以检验 CCAPM 在我国 A 股市场的适用性。调整的数据结果显示,CCAPM 在我国股票市场的适用性较差。尽管市场的红利增长率波动较大,但是模型仍然不能合理解释我国 A 股市场股票历史价格和巨大的股票超额收益率之间的关系。

同时我们也得到了一些有趣的结果：由模型导出的无风险收益率和我国的历史数据比较接近，这与传统所认为的模型导出的无风险利率比现实的数据要低很多的结果相反。

主要参考文献

1. Boudoukh J, Matthew R, Smith T. Is the ex-ante risk premium positive?Journal of Financial Economic, 1993;34

2. Breeden D T. An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities. Journal of Financial Economic, 1979;7

3. Burnside C. Solving asset pricing models with Gaussian shocks. Journal of Economic Dynamics and Control, 1998;12

4. Campbell J Y. Intertemporal asset pricing without consumption data. American Economic Review, 1993;8

5. Campbell J Y, Cochrane J H. Explaining the poor performance of consumption-based asset pricing models. Journal of Finance, 2000;6

6. Lucas R E Jr. Asset prices in an exchange economy. Econometrica, 1978;4

7. Lund J, Engsted T. GMM and present value tests of the C-CAPM: Evidence from the Danish, German, Swedish and UK stock markets. Journal of International Money and Finance, 1996;15