

项目内部收益率评价的 三种修正方法及其一致性分析

宋志勇

(广东建设职业技术学院 广州 510045)

【摘要】 本文利用内部收益率本质上由项目现金流量决定的特点,对现金流量或其收益率进行了变换,得出了求解内部收益率的三种修正方法:现金流量转换法、外部收益率法和修正内部收益率法。这就解决了内部收益率无解或者多解选择的问题,并从数学上严格证明了这三种内部收益率的修正方法与一般内部收益率评价法具有一致性。

【关键词】 内部收益率 现金流量 外部收益率

一、内部收益率的含义

内部收益率(IRR)是净现值为零时的折现率。即:

$$NPV(IRR) = \sum_{t=0}^n (CI_t - CO_t)(1+IRR)^{-t} = 0 \quad (1)$$

$$\text{或: } NPV(IRR) = \sum_{t=0}^n NCF_t(1+IRR)^{-t} = 0, \text{ 其中, } NCF_t =$$

$CI_t - CO_t$

式中:NPV为净现值;IRR为内部收益率;n为项目寿命年限; CI_t 为第t年的现金流入额; CO_t 为第t年的现金流出额; NCF_t 为第t年的净现金流量。

其经济含义可理解为:在项目寿命期内,项目始终处于“偿付”未被收回的投资的状况,即内部收益率是项目寿命期内没有收回的投资的盈利率。它不是初始投资在整个寿命期内的盈利率,因而它不仅受初始投资规模的影响,而且受项目寿命期内各年净收益大小的影响。内部收益率不是事先给定的,是内生决定的,它本质上决定于项目的现金流量模式。

二、非常规现金流量项目内部收益率法的修正

非常规现金流量项目在寿命期内,不仅在期初有资金投入,在项目的经营过程中还有一次或多次资金投入,从而使带负号的净现金流量(现金净流出)不仅仅发生在期初,这样在寿命期内净现金流量的正负号变化不止一次。数学上的内部收益率可以视为公式(1)的一个根,根据n次多项式的笛卡尔符号法则,实系数的n次多项式,其正实数根的个数一定少于或等于其实系数的符号变换次数。这样,现金流量有多次符号变动,内部收益率可能会有一个或多个解。其中,多解中只有一个解是该项目的内部收益率。

1. 非常规现金流量项目内部收益率修正的三种方法。

(1)现金流量转换法(求出的内部收益率用 IRR' 表示)。现金流量转换法的思路是把非常规现金流量转换为常规现金流量模式。它是将项目现金流量中最后一次出现负净现金流量前的所有正净现金流量按照既定的基准收益率或者折现率等值转换到项目的末期,从而使调整后的现金流量只有一次

改变符号的情况,避免了内部收益率无解或者多解情况的发生。接下来的求解同传统现金流量模式中IRR的解法,即直线插入法。用 IRR' 表示以现金流量转换法求出的项目内部收益率,当 $IRR' \geq i_0$,则项目可以接受;反之,则拒绝。

(2)外部收益率(ERR)法。内部收益率方程可改写为:

$$\sum_{t=0}^n (NB_t - K_t)(1+IRR)^{-t} = 0$$

式中: NB_t 为第t年的净收益; K_t 为第t年的净投资。两端同乘 $(1+IRR)^n$,变换得:

$$\sum_{t=0}^n NB_t(1+IRR)^{n-t} = \sum_{t=0}^n K_t(1+IRR)^{n-t} \quad (2)$$

式(2)意味着每年的净收益以IRR为收益率进行再投资,到n年末历年净收益的终值与与历年投资按IRR折算到n年末的终值和相等。即内部收益率IRR的计算隐含着一个基本假定:项目寿命期内所获得的净收益全部可用于再投资,再投资的收益率等于项目的内部收益率。外部收益率(ERR)可以说是对内部收益率的一种修正,它同样假定项目寿命期内所获得的净收益全部用于再投资,所不同的是假定再投资的收益率等于基准折现率。求解的方程为:

$$\sum_{t=0}^n NB_t(1+i_0)^{n-t} = \sum_{t=0}^n K_t(1+ERR)^{n-t} \quad (3)$$

式中: i_0 为基准折现率。(3)式不会出现多个正实数解的情况,只有唯一解,这是外部收益率法的一大优点。

用ERR指标评价投资方案的经济效果时,需要与基准折现率 i_0 比较,其判别准则为:若 $ERR \geq i_0$,则项目可以被接受;反之,则拒绝。

(3)修正内部收益率(MIRR)法。把(3)式变换为:

$$\sum_{t=0}^n NB_t(1+i_0)^{n-t} = \sum_{t=0}^n K_t(1+IRR)^{-t}(1+IRR)^n$$

由于投资在项目寿命期内可能发生多次,并且投资属于项目外生,因此,可先将各期投资按基准折现率折算为现值,然后再考虑投资现值投入项目后的收益情况,上式可改写为:

$$\sum_{t=0}^n NB_t(1+i_0)^{n-t} = \sum_{t=0}^n K_t(1+i_0)^{-t}(1+MIRR)^n \quad (4)$$

由(4)式求解的 MIRR 是唯一的, MIRR 即为修正内部收益率。用 MIRR 指标来评价投资方案的经济效益时,与外部收益率一样,需要与基准折现率 i_0 比较。其判别准则为:当 $MIRR \geq i_0$ 时,项目可以被接受;反之,则拒绝。

2. 三种修正方法的比较。三种方法的共同点是:①都是从调整现金流量入手,且都把部分正净现金流量按基准折现率 i_0 等值到项目期末;②判断项目是否可行的标准一样,即都要与基准折现率 i_0 相比较;③都解决了传统内部收益率无解或者多解选择的问题;④三种方法只调整项目的现金流量,并未改变项目的本质,所以它与传统的内部收益率法具有同样的效果,与传统内部收益率法具有一致性。

三种方法的不同点是:①调整现金流量的范围不一样,从小到大依次是:现金流量转换法、外部收益率法、修正内部收益率法;②计算简易程度不一样,现金流量转换法的计算过程沿用传统的内部收益率计算中的直线插入法,一方面计算复杂,另一方面有一定的误差。虽然外部收益率方程的解是唯一的,可以解决 IRR 方程无解或多解情况,但当投资次数多时计算过程依然比较复杂。修正外部收益率计算过程最简单,既避免了内部收益率无解或者多解的问题,又减小了误差。

三、非常规现金流量项目内部收益率法修正的一致性分析

这里有必要探讨在判断项目是否可行时 IRR 与 IRR'、IRR 与 ERR、IRR 与 MIRR 的一致性。当 $IRR=i_0$ 时,由(2)、(3)、(4)式很容易得知: $IRR=IRR'=ERR=MIRR=i_0$;下面讨论 $IRR \neq i_0$ 时的情形。

1. IRR 与 IRR' 的一致性。借助集合来表示现金流方向不同的年份, $N=\{1,2,\dots,n-1,n\}$, N^+ 表示项目在寿命周期内净现金流量为正的年份的集合; N^- 表示项目在寿命周期内净现金流量为负的年份的集合。 N_1^+ 为每个或每段负净现金流量出现前正净现金流量所对应的年份的集合, N_2^+ 为最后一个或一段负净现金流量出现后紧接着的正净现金流量所对应的年份的集合, $N_1^+ \subseteq N^+$, $N_2^+ \subseteq N^+$; $N^+ \subseteq N$, $N^- \subseteq N$; $N_1^+ \cup N_2^+ = N^+$, $N_1^+ \cap N_2^+ = \emptyset$ 。 NCF_t^+ 表示第 t 年的正净现金流量, NCF_t^- 表示第 t 年的负净现金流量, IRR' 表示以现金流量转换法求解的内部收益率。则现金流量转换法的求解公式用终值形式可表示为:

$$\sum_{t \in N^-} NCF_t^-(1+IRR')^{n-t} = \sum_{t \in N_1^+} NCF_t^+(1+i_0)^{n-t} + \sum_{t \in N_2^+} NCF_t^+(1+IRR')^{n-t} \quad (5)$$

当 $IRR > i_0$ 时,根据 IRR 与 NPV 评价法的一致性,有 $NPV(i_0) > 0$,即:

$$\sum_{t \in N_1^+} NCF_t^+(1+i_0)^{-t} + \sum_{t \in N_2^+} NCF_t^+(1+i_0)^{-t} - \sum_{t \in N^-} NCF_t^-(1+i_0)^{-t} > 0$$

$$\text{变换得: } \sum_{t \in N^-} NCF_t^-(1+i_0)^{n-t} < \sum_{t \in N_1^+} NCF_t^+(1+i_0)^{n-t} + \sum_{t \in N_2^+} NCF_t^+(1+IRR')^{n-t}$$

$$\sum_{t \in N_2^+} NCF_t^+(1+i_0)^{n-t} \quad (6)$$

用(6)式减去(5)式得:

$$\sum_{t \in N^-} NCF_t^-(1+IRR')^{n-t} - \sum_{t \in N_2^+} NCF_t^+(1+IRR')^{n-t} > \sum_{t \in N_2^+} NCF_t^+(1+i_0)^{n-t} - \sum_{t \in N_2^+} NCF_t^+(1+IRR')^{n-t}$$

$$\sum_{t \in N^-} NCF_t^-(1+i_0)^{n-t} - \sum_{t \in N_2^+} NCF_t^+(1+i_0)^{n-t}$$

由于终值函数是单调递增函数,所以得出 $IRR' > i_0$ 。

综上,当 $IRR > i_0$ 时,有 $IRR' > i_0$;同理可推出,当 $IRR < i_0$ 时,有 $IRR' < i_0$ 。即在项目评价中,IRR 与 IRR' 具有一致性。

2. IRR 与 ERR 的一致性。当 $IRR > i_0$ 时,用(2)式除以(3)式:

$$\frac{\sum_{t=0}^n K_t(1+IRR)^{n-t}}{\sum_{t=0}^n K_t(1+ERR)^{n-t}} = \frac{\sum_{t=0}^n NB_t(1+IRR)^{n-t}}{\sum_{t=0}^n NB_t(1+i_0)^{n-t}} > 1, \text{由此推出 } IRR > ERR。$$

另外,当 $IRR > i_0$ 时,根据 IRR 与 NPV 评价法的一致性,有 $NPV(i_0) > 0$,由(2)式则必有: $\sum_{t=0}^n NB_t(1+i_0)^{n-t} > \sum_{t=0}^n K_t(1+i_0)^{n-t}$ 。结合(3)式有: $\sum_{t=0}^n K_t(1+ERR)^{n-t} > \sum_{t=0}^n K_t(1+i_0)^{n-t}$,

由此得出 $ERR > i_0$ 。

综上得:当 $IRR > i_0$ 时,有 $IRR > ERR > i_0$;同理可推出,当 $IRR < i_0$ 时,有 $ERR < IRR < i_0$ 。即:在项目评价中,IRR 与 ERR 具有一致性。

3. IRR 与 MIRR 的一致性。由前面的证明可知:当 $IRR > i_0$ 时,有 $IRR > ERR > i_0$ 。由(3)、(4)式得到:

$$\sum_{t=0}^n K_t(1+i_0)^{-t}(1+MIRR)^n = \sum_{t=0}^n K_t(1+ERR)^{n-t} + \sum_{t=0}^n K_t(1+i_0)^{n-t}$$

变换可得: $\sum_{t=0}^n K_t(1+i_0)^{-t}(1+MIRR)^n > \sum_{t=0}^n K_t(1+i_0)^{-t}(1+i_0)^n$,即可推出 $MIRR > i_0$ 。

因此,当 $IRR > i_0$ 时,有 $MIRR > i_0$;同理可推出,当 $IRR < i_0$ 时,有 $MIRR < i_0$ 。即:在项目评价中,IRR 与 MIRR 具有一致性。

四、结论

对于非常规现金流量项目采用内部收益率法评价时,面临解高次方程和多解选择的难题。可对现金流量或其收益率进行变换,从而得出求解内部收益率的三种修正方法:现金流量转换法、外部收益率法和修正内部收益率法。这三种方法解决了内部收益率无解或者多解的问题,且可从数学上严格证明其与一般内部收益率评价法具有一致性。

主要参考文献

1. 刘长滨. 建筑工程技术经济学. 北京: 中国建筑工业出版社, 2007
2. 董方平. IRR 和 ERR 的经济意义研究及应用. 海南大学学报(自然科学版), 2001, 3