# 基于Shapley值公式的无动因成本费用分配

张迎建

(金陵科技学院　南京　210001)

【摘要】目前还没有合理的无动因成本费用的分配方法。本文运用夏普利(Shapley)值公式计算联盟中的行为人的平均边际值并作为分配的依据,以对无动因成本费用进行分配,这样可以为管理决策提供更加准确的产品成本信息。

【关键词】Shapley值公式　无动因成本费用　合作博弈

成本动因的准确选择是准确提供产品或服务的成本信息的前提，因此成本动因理论也是指导作业成本法运用的关键理论。成本动因的理论研究一直是伴随着作业成本法的研究而展开的,而成本动因优化理论是研究的热点之一。成本动因优化理论是在不过多影响成本信息准确性的前提下，根据成本效益原则，使取得、积累和管理成本动因信息的成本最小化。成本动因优化理论是对成本动因理论的进一步完善,使成本动因理论不仅解释成本发生的原因，而且可以确定成本动因的最优数量。

在现实中,完全相关的成本动因基本不存在,但无论是两成本动因合并模型还是多成本动因合并模型，或是王平心的成本动因合并的近似理论，均将不完全相关的成本动因在一定约束条件下进行合并，希望以尽可能小的精确性损失实现作业成本系统的最大简化，这虽然减弱了成本管理系统的复杂性,但必然会影响成本数据的精确性。

此外,目前的作业成本研究中,对于辅助部门的成本及期间费用，要么采用传统成本计算方法，将其直接计入当期损益;要么按照成本动因优化理论,先根据成本动因进行合并再进行分配。这对直接成本占产品总成本比重较大的企业的产品成本影响不大,但对许多现代企业来说,间接费用(包括辅助部门成本和期间费用)占产品成本的主要部分,这样的计算方法必然对成本数据的准确性产生很大的影响。间接费用的金额都不小,很难找到其发生的直接动因,它们大部分都是为所有的产品或成本中心服务的，而不是只针对某一个产品或成本中心,确定各受益者的承担比例比较困难。如何合理准确地分配这些很难确定动因或无动因的成本费用，以使得成本信息更加符合实际从而为决策服务，目前的研究中很少涉及,也还没有一个比较合理的分配方法。

本文尝试引入合作博弈理论中的Shapley值公式,为这部分无动因成本费用的分配提供一个可行方案，在兼顾成本效益原则的情况下,进一步提高成本数据的精确性。

## 一、Shapley值公式的引入

Shapley值是合作博弈的一个合作解概念,也是合作博弈中应用最为充分的一个解概念。Shapley值公式被众多学者用来解决实践中的成本分摊问题。Shapley值公式充分考虑了参与到联盟博弈中的局中人的边际成本和效益，使得受益者相对公平地承担成本，并有很明显的鼓励先进、鞭策后进的作用,对联盟总体贡献大的局中人受益更多,而贡献小的则受益相对较少。这一成本分摊的公式可以为联盟中的各方提供一个相对公平合理的分配方案,故被许多人采用。

对于作业成本法中无动因或很难确定动因的成本费用分配,我们可以引入Shapley值公式来解决。在一个非合作的n人博弈过程中，两个或两个以上的局中人不允许事先商定如何选择策略,不允许将策略结合起来。局中人之间不允许对得到的收益进行任何重新分配，一个局中人不能分享另一个局中人得到的收益。而在n人合作博弈中则对上述两个方面的问题都不加限制。局中人可以进行充分合作:可以事先商定如何选择策略,如何把这些策略结合起来;可以在终局后重新分配若干个局中人所得的收益。对于无动因或很难确定动因的成本费用的分配,根据合作博弈理论可以这样处理:

首先,我们将各个成本分配对象(可以是成本中心,也可以是最终产品或其他)看做是局中人,而它们必然要进行合作。试想,如果一个企业内部只有一种产品,那么所有的成本费用都会由这一个产品来承担,不存在分配问题。当有两个或两个以上的产品时，分配问题才会出现，而无动因成本费用(如研发、财务或宣传费用)并不会根据产品数量成比例增加;相反,由于规模效应的存在,无动因成本费用不会增加很多。这样，由多个成本分配对象承担的成本必然比由一个成本分配对象承担的成本要少得多，所以各个成本分配对象之间必然存在合作的关系。另外,从企业整体角度来说,这些无动因成本费用也并不是为某一个成本对象发生的，而是针对企业的所有部门和产品发生的，故企业决策者也要协调内部的关系。因此,可以认为企业内部各个成本分配对象(局中人)之间存在合作关系,它们需要结成一个联盟。这是n人合作博弈的一个重要因素。而在非合作博弈中,每个局中人都为实现自身利益最大化而奋斗,不存在协调和结成联盟的问题。

其次,联盟结成后,作为整体希望能够尽可能少地分摊费用(这里指的是总的无动因成本费用),这个费用我们将其作

为联盟后的特征函数。

最后，要把结盟后的总费用分配给联盟中的每一个成员。我们将用Shapley值公式来分配结盟后的费用，即无动因成本费用。

## 二、对无动因成本费用的分配

运用Shapley值公式来分配无动因成本费用，需要建立博弈模型。合作博弈模型由两个基本要素构成：局中人集合和特征函数。

局中人集合由所有对结果有影响的独立利益主体构成，这个集合中的元素被称为局中人，是独立的利益主体。假设在一个企业中，有n个独立的成本分配对象（或n个作业中心），企业整体用集合 $N=\{1,2,3,\cdots,n\}$ 表示，按照合作博弈的观点，我们将每一个成本分配对象（或作业中心）看做是一个局中人，这样在n个成本分配对象之间进行成本费用分配就可以抽象成n人合作博弈问题。N的任意子集称为联盟，所有联盟的全体记为R（N）。

特征函数是定义在局中人集合 $N=\{1,2,3,\cdots,n\}$ 上的集函数。我们将有成本分配对象参与分配的待分配无动因成本费用作为特征函数。

假设企业中的成本分配对象有s个，这s个主体的结盟设为集合S，为这s个成本分配对象所发生的无动因成本费用是 $c(S)(S\subset N)$，c(S)表示联盟S合作完成满足s个参与人要求所需支付的成本数额，c(i)表示第i个局中人独立完成满足自己要求的工作所需的成本，$y_i$表示第i个局中人最终需支付的成本数额。这里需要有一个基本假设，即联盟所需要的费用一定不超过单个人独立承担的费用（从而能给联盟中每个人带来更大的好处，即成本更低）。要使该合作能够成立，成本特征函数需满足下面几个条件：

$$c(S)+c(T)\geqslant c(S\cup T)\quad (S,T\subset N,S\cap T=\varnothing)\tag{1}$$

$$y_i\leqslant c(i)\quad (i\in N)\tag{2}$$

$$\sum_{i\in S}y_i\leqslant c(S)\quad (S\subset N)\tag{3}$$

$$\sum_{i\in N}y_i=c(N)\quad (y_i\geqslant 0,i\in N)\tag{4}$$

$$c(\varnothing)=0\tag{5}$$

式（1）表示联盟S和T独立行动时的成本和一定大于它们之间合作的总成本，否则合作不可能成立，式（1）是合作得以成立的必要条件之一；式（2）要求该合作分配给个人的成本应小于其独立行动时的成本；式（3）说明合作后分配给个人的成本和不应超过合作总成本，体现了合作联盟的理性要求；式（4）说明总成本应在n个局中人之间完全分配。

c(S)为定义在N的一切子集（即联盟）上的函数，并满足条件：$c(N)\leqslant\sum_{i=1}^{N}c(\{i\})$。则称 $\Gamma\equiv[N,c]$ 为合作n人博弈，c(S)为无动因成本费用分配的特征函数。

以上这些条件实际上是更大联盟出现的必要条件。因为更大联盟产生的费用应不大于它的子联盟产生的费用之和，否则更大联盟不可能形成，也没有必要形成。全体局中人集合N称为大联盟，c（N）则表示大联盟产生的费用。理性局中人希望能促进大联盟的形成。

局中人为了实现自身利益最大化而和其他局中人进行联盟。为建立模型，我们需要建立一个描述任何联盟 $S\subset N$ 的特征函数c(S)，即联盟时产生的总费用。我们假设无动因成本费用即为特征函数c(S)。

可见，当S=N时，模型所描述的就是整个企业所有n个成本分配对象都参与的大联盟，c（N）就被理解为大联盟的费用，即由所有局中人完全合作所产生的总费用，也就是无动因成本费用。

合作博弈中的每一个局中人应当分摊联盟的总费用，这可以用一个n维向量 $x=(x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n)$ 来表示，其中$x_i$表示局中人i在x中应分配的费用。这个向量应满足下面两个条件：

$$\begin{cases}x_i\leqslant c(\{i\})\quad (i=1,2,3,\cdots,n)\\ \sum_{i=1}^{n}x_i=c(N)\end{cases}$$

其中，向量x称为一个分配。

在上述两个条件中，我们称第一个条件为个体合理性条件。这个条件可以这样理解：一个局中人i，不管其是否参加一个联盟，如果最后分配给其的成本数额$x_i$比其单干时的还要多，很难想象其会接受这样的分配。第二个条件称为集体合理性条件，或帕累托最优性条件，即每个局中人分摊的费用总和应当和联盟总费用相等，否则将有一部分费用无人承担。

我们希望在全体分配集X中找出一些分配，这些分配能够被参加到各个联盟S中的各个局中人所接受。如果存在唯一的一个分配 $x\in X$，它能够让每个局中人i都感到满意，则这个分配就可以作为所考虑的合作博弈的解。这就是说，没有其他的任意一个联盟S能够提出对自己更有利的分配，那么这个分配x就是一个被全体局中人接受的理想的分配方案，就可以作为博弈的解。

Shapley值公式可以提供一个比较合理和公平的分配方案，为所有的局中人所接受。计算过程如下：特征函数c、$x_i$是分配给局中人的费用，i为任意一个局中人，假设c(0)=0，即没有人参加联盟，就不会有费用发生，企业如果没有任何成本分配对象，也就没有费用。S代表参加联盟的局中人集合，N为局中人集合。因此，分配给局中人i的费用可以用Shapley值公式表示为：

$$x_i=\sum_{S\in N-i}\left\{\frac{|S|!(|N|-|S|-1)!}{|N|!}\times[c(S\cup\{i\})-c(S)]\right\}$$

任一局中人的Shapley值是其加入联盟时的边际贡献。对企业中的每一个成本分配对象（或作业中心）而言，就是当其和其他成本分配对象结盟时，已经存在的成本分配对象结盟的额外成本。在我们运用作业成本法时，对于无动因成本费用的分配，可以运用Shapley值公式将其分配给对应的对象或作业中心。

## 三、算例

我们以某汽车配件生产企业的三种产品391B、6476、JP1-9为例来说明Shapley值公式的运用。当月这三种产品发生

的总费用为411 736元，其中可以按照一定的动因直接归属到产品的费用为42 811元，其他无法找到成本动因的费用为368 925元（主要是联合研发费用和期间费用）。我们将这部分费用运用Shapley值公式分配到当月生产出的三个产品中去。

我们将三个产品看做是三个局中人，用1、2、3来代替，大联盟就是N＝[1，2，3]，c(1，2，3)=368 925。根据以往的费用支出数据资料并结合企业内外部专家对产品的分析预测，我们可以分析并预计大联盟中各个子联盟的费用如下：

$c(1)=209\ 630, c(2)=253\ 038, c(3)=239\ 720, c(1,2)=326\ 239, c(1,3)=310\ 375, c(2,3)=341\ 260$。

根据Shapley值公式：

$$x_i=\sum_{S\in N-i}\left\{\frac{|S|!(|N|-|S|-1)!}{|N|!}\times[c(S\cup\{i\})-c(S)]\right\}$$

三个项目各自分摊的无动因成本费用为$x_1$、$x_2$、$x_3$。

计算结果如下：

$$x_1=\frac{0!\times2!}{3!}\times[c(\{1\})-c(\{0\})]+\frac{1!\times1!}{3!}\times[c(\{1,2\})-c(\{2\})]+\frac{1!\times1!}{3!}\times[c(\{1,3\})-c(\{3\})]+\frac{2!\times0!}{3!}\times[c(\{1,2,3\})-c(\{2,3\})]=2/6\times(209\ 630-0)+1/6\times(326\ 239-253\ 038)+1/6\times(310\ 375-239\ 720)+2/6\times(368\ 925-341\ 260)=103\ 074.33$$

（元）

$$x_2=\frac{0!\times2!}{3!}\times[c(\{2\})-c(\{0\})]+\frac{1!\times1!}{3!}\times[c(\{1,2\})-c(\{1\})]+\frac{1!\times1!}{3!}\times[c(\{2,3\})-c(\{3\})]+\frac{2!\times0!}{3!}\times[c(\{1,2,3\})-c(\{1,3\})]=2/6\times(253\ 038-0)+1/6\times(326\ 239-239\ 720)+1/6\times(341\ 260-239\ 720)+2/6\times(368\ 925-310\ 375)=140\ 220.83$$

（元）

$$x_3=\frac{0!\times2!}{3!}\times[c(\{3\})-c(\{0\})]+\frac{1!\times1!}{3!}\times[c(\{1,3\})-c(\{1\})]+\frac{1!\times1!}{3!}\times[c(\{2,3\})-c(\{2\})]+\frac{2!\times0!}{3!}\times[c(\{1,2,3\})-c(\{1,2\})]=2/6\times(239\ 720-0)+1/6\times(310\ 375-2\ 096\ 630)+1/6\times(341\ 260-253\ 038)+2/6\times(368\ 925-326\ 239)=125\ 629.84$$

（元）

可以看出，根据Shapley值公式分配费用具有以下特点：

（1）个体合理性。每个局中人（成本中心）参加联盟后分得的费用少于它不参加联盟承担的费用，显然这是组成联盟的必要条件，否则没有人愿意加入联盟。从以上的算例可以得到：

$x_1=103\ 074.33<c(1)=209\ 630$

$x_2=140\ 220.83<c(2)=253\ 038$

$x_3=125\ 629.84<c(3)=239\ 720$

每一项目分摊的费用均小于其单独开展活动时需承担的费用。

（2）集体合理性。当三者结成大联盟时的总费用等于所有分配之和：

$c(1,2,3)=x_1+x_2+x_3=368\ 925$

这说明这种分配方法具有有效性，即它将大联盟的总费用完全在所有局中人之间进行分配。可见，分配结果是合理的。

**四、Shapley值公式应用的条件**

运用Shapley值公式可以对无动因成本费用进行相对公平合理的分配，使得各产品或服务的成本信息更加准确。但是Shapley值公式也并不是对所有的企业或集团都适用，它的运用也有一定的条件。

第一，企业应当建立比较完善的作业成本管理制度。并不是所有的成本费用都需要用Shapley值公式进行分配，能够很容易找到成本动因的成本费用可以直接按照成本动因进行分配，只有部分无法找到成本动因或很难找到成本动因的成本费用，我们才运用这一公式来进行分配。

第二，采用这一公式的企业的产品或服务的成本中，间接成本占相当大的比例，而且间接成本中无动因的成本或公共费用占有一定比例。此时，利用Shapley值公式对无动因成本费用进行分配将是一个较好的选择。如果无动因成本费用所占比例较小，大部分比例的成本费用有明确动因，从成本效益原则出发，我们可以采用更简单的方法来分配无动因成本费用，这样可以减少工作量，同时对产品或服务的成本信息的准确性影响较小甚至可以忽略不计。

第三，采用这一方法的企业最好是处于成长阶段，企业规模正在扩张，这样有利于数据的搜集和采用估计方法时有更可靠的依据。

第四，企业应当事先搜集和积累大量的基础财务信息资料，建立数据库，为运用这一公式而搜集基本数据，使得计算结果更准确。

第五，企业应当配备相应的计算机设备和技术人员，能够将计算的过程和所需的数据结合编写成应用程序或软件，使大量的计算工作由机器完成。否则，人工计算量太大，采用这一公式将会给操作人员带来极大的工作量，占用企业资源，得不偿失。

成本动因研究是作业成本管理理论研究中的热点之一，而无论是两成本动因合并模型还是多成本动因合并模型，均建立在有成本动因的基础上，但是在实践中总是有一部分成本费用很难甚至无法找到成本动因，特别是期间费用中存在大量的无动因成本费用。本文运用Shapley值公式对这部分成本费用进行合理分配，使得产品或服务的成本信息更加合理准确。利用Shapley值公式进行成本分配的有效性受到相关条件的制约，只有合适的企业用合适的方法，才能取得最佳效果。

**主要参考文献**

1.陈锐，彭建春.基于Shapley值的双边交易阻塞成本分摊.浙江电力，2005；2

2.陈伟，查迎春.关于成本分摊的合作博弈方法.运筹与管理，2004；3

3.戴建华，薛恒新.基于Shapley值法的动态联盟伙伴企业利益分配策略.中国管理科学，2004；4

4.韩勇，谭忠富.合作博弈方法在输电费用分配中的应用.华北电力大学学报，2004；1