

# 存货经济订货批量模型研究

谢海娟 陶晓美

(桂林电子科技大学 广西桂林 541004)

**【摘要】** 本文介绍了目前存在的经济订货批量模型,然后指出了其存在的不足,并针对这些不足尝试建立了这些模型的修正模型,以期对相关研究提供借鉴。

**【关键词】** 存货 经济订货批量模型 缺货成本 数量折扣

经济订货批量是指能够使一定时期存货的相关总成本达到最低的进货数量。经济订货批量控制作为最主要的存货控制方法,决定着最佳的订货时间和进货批量,以使存货的总成本最低。因此,如何建立一个与实际情况相符的经济订货批量模型也就成了亟待研究的问题。

## 一、存货成本分析

存货的成本由取得成本、储存成本和缺货成本这三部分构成。

### (一)取得成本

取得成本是为取得某种存货而发生的成本,即  $TC_a$ 。它可以细分为订货成本和购置成本两部分。

1. 订货成本。订货成本指的是取得订单的成本,如办公费、差旅费、邮费、电报电话费等支出。订货成本有一部分与订货次数无关,如常设采购机构的基本开支等,这称为订货的固定成本,用  $F_1$  表示;另一部分与订货次数有关,随订货次数的增加而上涨,如差旅费、邮费、电报电话费等,这称为订货的变

动成本。当用  $B$  表示每次订货的变动成本、用  $A$  表示存货的年需要量、用  $Q$  表示每次的进货批量时,存货的采购次数可以表示为  $A/Q$ ,订货的变动成本是  $A/Q \times B$ 。由此,订货成本的计算公式为:

订货成本=订货的固定成本+订货的变动成本=订货的固定成本+每次订货的变动成本×存货年需要量/每次进货批量= $F_1+A/Q \times B$

2. 购置成本。购置成本是存货本身的价值,通常根据购货数量与单价来确定,即:购置成本=存货的年需要量×单价。如果用  $P$  表示存货的单价,则存货的购置成本就是  $AP$ ,然而这是在没有数量折扣的情况下,该成本这时为一个固定成本。然而,供应商为了增加销售量,有时会规定当买方购买货物达到或超过某一数量时就会给予一定的数量折扣,这时候的购置成本会随着每次订货量的不同而发生改变,则:

购置成本=存货的年需要量×单价×(1-折扣率)= $A \times P \times (1-r)$

股指期货投资者伴随着交易量的规模与日俱增,但是有相当一部分国内投资者对股指期货交易的常识和风险控制意识比较缺乏。例如,很多投资者习惯交易现货月合约、习惯满仓交易,这将给股指期货带来更大的管理风险、交易风险和技术风险。因此,向投资者普及股指期货风险知识和意识,完善股指期货风险监管的制度体系是股指期货价格发现、套期保值等功能有效发挥的重要保障。

本文为股指期货风险规避和风险管理提供了一定的理论基础。首先,参考  $CVaR-GARCH-GED$  模型实证分析的结果,证券交易所可以依据市场风险的高低调整股指期货交易保证金标准,进一步完善股指期货保证金制度。其次,根据模型的预测,证券交易所可以更及时地发现价格的非理性波动,随市场情况调整期货合约的熔断与涨跌停板幅度以及限仓制度、强制平仓和减仓。再次,本文的分析有助于证券交易所建立风险预警模型,以发现期货价格的异常,并采取要求报告情况、谈话提醒、书面警示、公开谴责、发布风险警示公告等措施警示和化解风险。最后,投资者在此基础上更准确地判断

风险的可承受性,从而有效规避未来的行情中可能遭受的巨大损失。

**【注】** 本文受上海市教育委员会科研(创新)项目“厚尾分布下的风险测量模型——以衍生品市场为例”(项目编号:06QS007)和教育部人文社科规划项目“境外短期资本流动与我国金融安全”(项目编号:08JA790083)的资助。

### 主要参考文献

1. 陈晓杰. 沪深 300 股指期货仿真交易价格风险实证研究. 当代财经, 2008; 8
2. 魏宇. 沪深 300 股指期货的波动率预测模型研究. 管理科学学报, 2010; 2
3. 王树娟, 黄渝祥. 基于  $GARCH-CVaR$  模型的我国股票市场风险分析. 同济大学学报(自然科学版), 2005; 2
4. 刘小茂, 李楚霖, 王建华. 风险资产组合的均值—— $CVaR$  有效前沿. 管理工程学报, 2003; 1
5. 田新民, 黄海平. 基于条件  $VaR(CVaR)$  的投资组合优化模型及比较研究. 管理工程学报, 2004; 7

其中,  $r$  为折扣率。

可见, 在没有数量折扣时:  $TCa = F_1 + AB/Q + AP$ 。当有数量折扣且订货数量达到供应商规定的可获得数量折扣的数量时:  $TCa = F_1 + AB/Q + AP \times (1-r)$ 。

### (二) 储存成本

储存成本是为了保存存货而发生的成本, 如仓储费、保险费、存货破损和变质损失以及存货占用资金的机会成本等, 通常用  $TCc$  表示。储存成本也分为固定储存成本和变动储存成本, 固定成本与存货数量的多少无关, 如仓库折旧、仓储人员的固定工资等, 通常用  $F_2$  表示; 变动成本与存货数量的多少有关, 如存货破损和变质损失、保险费和存货占用资金的机会成本等。当用  $C$  表示单位变动储存成本时, 变动储存成本等于单位变动储存成本与平均库存量的乘积, 用公式可以表示为:  $C \times Q/2$ 。然而这是假设存货一次全部入库的情况, 故存货增加时, 存量呈一条直线变化。事实上, 各批存货可能陆续入库和陆续使用, 这时存货的存量变化就有所改变了。其平均库存量表示为:  $Q(1-d/p)/2$ 。变动储存成本表示为:  $C[Q(1-d/p)]/2$ , 其中: 每日送货量为  $p$ ; 每日耗用量为  $d$ 。

当存货一次全部入库和使用时: 存货的储存成本 = 固定储存成本 + 变动储存成本 = 固定储存成本 + 每次进货批量 / 2 × 单位变动储存成本。即:  $TCc = F_2 + C \times Q/2$ 。当存货陆续供应和使用时, 存货的储存成本如下:  $TCc = F_2 + C \times [Q(1-d/p)]/2$ 。

### (三) 缺货成本

缺货成本是因为存货不能满足生产或销售的需要而造成的损失, 如停工损失、丧失销售机会的损失、紧急采购的额外支出等。如果允许缺货存在, 存货的最低库存量就可能不是零, 而可能出现负数, 其负值是由拖欠的订货组成。在缺货的情况下, 企业对经济订货批量的确定不仅要考虑取得成本和储存成本, 而且还必须对可能的缺货成本加以考虑, 即能够使三项成本总和最低的批量便是经济订货批量。设缺货量为  $S$ 、单位缺货成本为  $R$ , 在允许缺货的情况下, 存货的最高库存量不是  $Q$ , 而是  $Q-S$ , 而其平均库存量则低于  $(Q-S)/2$ , 因为在缺货的这一段期间内, 存货的实际存量等于零。在这种情况下, 存货的平均库存量应按下列方法计算:

设  $t$  为两次订货的间隔期间,  $t_1$  为存货库存量为正值的期间,  $t_2$  为存货库存量为零的期间,  $d$  为存货的日需用量。

1. 存货一次入库。  $t_1$  期间的平均库存量是  $(Q-S)/2$ ,  $t_2$  期间的平均库存量是  $0$ ,  $t$  期间的平均库存量是  $t_1, t_2$  这两个期间平均库存量的再平均。在允许缺货的情况下, 存货的变动储存成本为:

存货的变动储存成本 =  $C(Q-S)^2/2Q$

用同样的方法进行平均缺货量的计算:

平均缺货量 =  $(0 \times t_1 + S/2 \times t_2)/t = [S/2 \times (S/d)] / (Q/d) = S^2/2Q$

缺货成本 ( $TC_s$ ) =  $RS^2/2Q$

2. 存货陆续入库。实际上, 各批存货可能是陆续入库, 因此我们将研究允许缺货、有数量折扣且陆续到货的情况。存货的最高库存量不是  $Q$ , 而是  $Q(1-d/p)-S$ , 而其平均库存量则

低于  $[Q(1-d/p)-S]/2$ 。在这种情况下, 存货的平均库存量应按下列方法计算:

设  $t$  代表两次订货的间隔期间,  $t_1$  代表存货库存量为正值的期间,  $t_2$  代表存货库存量为零的期间。

据此, 平均库存量可计算如下:  $t_1$  期间的平均库存量是  $[Q(1-d/p)-S]/2$ ,  $t_2$  期间的平均库存量是  $0$ ,  $t$  期间的平均库存量是  $t_1, t_2$  这两个期间平均库存量的再平均。

存货的变动储存成本 =  $C[Q(1-d/p)-S]^2/[2Q(1-d/p)]$

用同样的方法进行平均缺货量的计算:

平均缺货量 =  $(0 \times t_1 + S/2 \times t_2)/t = [S/2 \times (S/d)] / [Q(1-d/p)/d] = S^2/[2Q(1-d/p)]$

缺货成本 ( $TC_s$ ) =  $RS^2/[2Q(1-d/p)]$

根据上述成本分析, 与进货批量没有关系的成本包括固定订货成本、没有数量折扣的购置成本、固定储存成本, 与进货批量有关系的成本包括与进货次数成正比的变动订货成本、存在数量折扣时的购置成本、与储存数量成正比的变动储存成本、与储存数量成反比的缺货成本。由此可以看出, 在经济订货批量模型中应考虑所有的与进货批量有关的成本, 故在确定存货经济订货批量时考虑的总成本如下:

存货总成本 = 存在数量折扣时的购置成本 + 变动储存成本 + 变动订货成本 + 缺货成本

与经济订货批量决策相关的不同成本项目随进货量的不同而呈现不同的变化关系, 它们之间此消彼长。因此, 协调好各成本项目之间的关系, 使其成本总和达到最低, 这种情况下的进货批量就是经济订货批量。

## 二、经济订货批量模型

### (一) 模型介绍

1. 经济订货批量基本模型。要建立经济订货批量的基本模型, 则需要设立一些假设条件: ①企业能够及时补充存货, 即需要订货时可以立即获取所需货物。②集中到货而不是陆续到货。③不允许缺货, 即无缺货成本,  $TC_s$  为零, 这是因为良好的存货管理本来就不应该出现缺货成本。④需求量稳定, 并且能够预测, 即  $D$  为已知常量。⑤存货单价不变, 不考虑现金折扣, 即  $U$  为已知常量。⑥企业现金充足, 不会因现金短缺而影响进货。⑦所需存货市场供应充足, 不会因买不到需要的存货而影响其他方面。

设立了上述假设条件, 存货总成本公式便可简化为:

$TC = AB/Q + Q/2C$

2. 有数量折扣的经济订货批量模型。经济订货批量基本模型是没有考虑数量折扣的, 而现实中为了鼓励购买者多购买商品, 供应商常常实行数量折扣价, 规定每次订购量达到某一界限时, 给予价格优惠。于是, 购买者就可以利用数量折扣价, 获得较低商品价格、较低运输费和较低年订购费用的机会, 并使从大批量订购中得到的节约可能超过储存成本。在有数量折扣的决策中, 存货相关总成本如下:

存货相关总成本 = 存货进价 + 相关进货费用 + 相关储存成本

实行数量折扣时的经济订货批量的确定步骤具体如下:

第一步,按照经济订货批量基本模型确定经济订货批量;第二步,计算按照经济订货批量进货时的存货相关总成本;第三步,计算按给予数量折扣时的进货批量进货时的存货相关总成本;第四步,比较不同进货批量的存货相关总成本,最低存货相关总成本对应的进货批量就是实行数量折扣的最佳经济订货批量。

3. 允许缺货时的经济订货批量模型。允许缺货的情况下,经济订货批量即使变动订货成本、变动储存成本和缺货成本三项成本总和最低的进货批量。这样企业的年度存货成本就表示为三种成本之和,即:

存货相关总成本=订货成本+储存成本+缺货成本

$$TC=AB/Q+C(Q-S)^2/2Q+RS^2/2Q$$

对上式中的 Q、S 求偏微分,并令它们等于零,则:

$$\partial TC/\partial Q=-AB/Q^2+C[2Q(Q-S)-(Q-S)^2]/2Q^2-RS^2/2Q^2=0$$

$$\partial TC/\partial S=-C(Q-S)/Q+RS/Q=0$$

联立上面两个偏微分方程,可以得出允许缺货时的经济订货批量如下:

$$\text{允许缺货时的经济订货批量}(Q)=\sqrt{2AB/C \times [(R+C)/R]}$$

$$\text{平均缺货量}(S)=QC/(R+C)$$

4. 存货陆续供应和使用时的经济订货批量模型。在建立模型时,假设存货集中到货,即一次全部入库。但事实上,各批存货可能陆续入库,使存货陆续增加,尤其是产成品入库和在产品转移,几乎总是陆续供应和陆续耗用的。在这种情况下,需要对模型做一些修改。

假设每日送货量为 p,则送货期(该批存货全部送达所需天数)为 Q/p;每日耗用量为 d,则送货期内全部耗用量为 d×(Q/p)。由于存货边送边用,所以每批存货送完时,最高库存量为: E=Q-d×(Q/p)。平均库存量为: E\*=[Q(1-d/p)]/2。这样,与批量有关的总成本为: TC(Q)=A×B/Q+[Q(1-d/p)C]/2。

当变动订货成本与变动储存成本相等时 TC(Q)有最小值,故存货陆续供应和使用时的经济订货批量公式为:

$$Q^*=\sqrt{2AB/C \times [p/(p-d)]}$$

### (二)模型存在的不足

第一,在研究时有很多假设的前提条件,这样可能会导致研究结果与实际生产经营中的一些情况不符。例如,上面的数量折扣模型是建立在不允许缺货、存货一次集中到达的假设条件上;而存货陆续供应与使用模型,其假设条件是不允许缺货,且没有数量折扣。但我们在实际生产经营中,以上情况都有可能发生并且同时发生,这时这些模型就不适用了。例如,数量折扣模型中相关的存货成本有订货成本、购置成本、储存成本,如果考虑到缺货、陆续到货问题,那么原模型的订货批量就会发生改变,而单位订货成本、单位储存成本这些变动成本也必将改变,而且很有可能会增加相应的缺货成本。存货陆续供应与使用模型只涉及到了订货成本和储存成本,因为它没考虑到有数量折扣的情况和可能存在的缺货问题,这时购置成本就是一个固定成本,不在考虑的范围了。但如果

把这两个条件考虑进去,那么购置成本会发生变化,同时可能会增加一定的缺货成本,订货批量也有可能产生变化。

第二,每个模型考虑的成本都不全面。例如在确定经济订货批量时,考虑的总成本如下:存货总成本=存在数量折扣时的购置成本+变动储存成本+变动订货成本+缺货成本。而基本模型仅仅考虑了变动储存成本和变动订货成本两部分,存在数量折扣的模型考虑的是存在数量折扣时的购置成本、变动储存成本和变动订货成本三部分,允许缺货时的模型考虑了变动储存成本、变动订货成本和缺货成本三部分。所以,我们有必要对经济订货批量模型进行进一步的修正和完善。

### 三、对经济订货批量模型的修正

因为订货提前期与保险储备是为了防止缺货,且它们对经济订货批量没有影响,所以这里不作考虑。

#### (一)允许缺货且有数量折扣、一次集中到货时的经济订货批量模型

在此种情况下,要考虑的相关成本有购置成本、变动订货成本、变动储存成本和缺货成本,则该模型的最优化是使这三项成本总和最小。则有:

相关总成本=购置成本+变动订货成本+变动储存成本+缺货成本

$$TC=AP(1-r)+AB/Q+C(Q-S)^2/2Q+RS^2/2Q$$

在这种情况下,经济订货批量的确定步骤具体如下:第一步,按照允许缺货时的经济订货批量模型来确定经济订货批量;第二步,计算按照经济订货批量订货时的存货相关总成本;第三步,计算按照给予数量折扣时的进货批量进货时的存货相关总成本;第四步,比较不同进货批量的存货相关总成本,最低存货相关总成本对应的进货批量就是最佳经济订货批量。

例 1:某企业允许缺货,其全年需用 A 零件 4 000 个,每件的单位储存成本为 1 元,每次订货费用为 40 元,单位缺货成本为 1 元。供应商规定,每次订货量达到 850 个以上时,可获得 2% 的价格优惠;达到 1 000 个以上时,可获得 3% 的价格优惠;不足 500 个时的单价为 50 元。下面为企业做出最佳经济订货批量决策。

决策分为四步:

第一步,按允许缺货时的经济订货批量模型确定经济订货批量 Q<sub>1</sub>:

$$\text{允许缺货时的经济订货批量}(Q_1)=\sqrt{2AB/C \times [(R+C)/R]} \\ =\sqrt{2 \times 4\,000 \times 40/1 \times [(1+1)/1]}=800(\text{个})$$

第二步,计算按照经济订货批量进货时的存货相关总成本:

$$\text{平均缺货量}(S)=QC/(R+C)=800 \times 1/(1+1)=400(\text{个})$$

$$TC_{800}=TC=AP(1-r)+AB/Q+C(Q-S)^2/2Q+RS^2/2Q \\ =4\,000 \times 50 + 4\,000 \times 40/800 + [1 \times (800-400)^2/(2 \times 800)] + 1 \times 400^2/(2 \times 800)=200\,400(\text{元})$$

第三步,计算按给予数量折扣时的进货批量进货时的存货相关总成本:

(1) 计算考虑数量折扣且订货量达到 850 个时的存货总

成本。平均缺货量(S)=QC/(R+C)=850×1/(1+1)=425(个)。

$$TC_{850}=TC=AP(1-r)+AB/Q+C(Q-S)^2/2Q+RS^2/2Q=4\ 000\times 50\times(1-2\%)+4\ 000\times 40/850+[1\times(850-425)^2/(2\times 850)]+1\times 425^2/(2\times 850)=196\ 400.74(\text{元})$$

(2)计算订货量达到1 000个时的存货总成本。平均缺货量(S)=QC/(R+C)=1 000×1/(1+1)=500(个)。

$$TC_{1000}=TC=AP(1-r)+AB/Q+C(Q-S)^2/2Q+RS^2/2Q=4\ 000\times 50\times(1-3\%)+4\ 000\times 40/1\ 000+[1\times(1\ 000-500)^2/(2\times 1\ 000)]+1\times 500^2/(2\times 1\ 000)=194\ 410(\text{元})$$

比较800个、850个和1 000个订货量时的存货总成本可知,订货量为850个时的总成本最低。因此,最佳的经济订货批量为850个。

### (二)允许缺货且陆续到货、无数量折扣时的经济订货批量模型

与订货批量Q有关的总成本公式为:

$$TC=AB/Q+C[Q(1-d/p)-S]^2/[2Q(1-d/p)]+RS^2/[2Q(1-d/p)]$$

对公式中的Q、S求偏微分,并令它们等于零,则:

$$\partial TC/\partial Q=-AB/Q^2+C\{[Q(1-d/p)]^2-S^2\}/[2Q^2(1-d/p)]-RS^2/[2Q^2(1-d/p)]=0$$

$$\partial TC/\partial S=-C[Q(1-d/p)-S]/[Q(1-d/p)]+RS/[Q(1-d/p)]=0$$

联立上面两个偏微分方程,可以得出允许缺货时的经济订货批量如下:

$$Q=\sqrt{2AB/C\times[(R+C)/R]\times[p/(p-d)]}$$

$$\text{平均缺货量}(S)=Q(1-d/p)C/(R+C)$$

$$TC=AB/Q+C[Q(1-d/p)-S]^2/[2Q(1-d/p)]+RS^2/[2Q(1-d/p)]$$

例2:某公司每年需要A零件8 000个,每日送货量为90个,每日耗用量为30个,单位储存成本为8元,单位缺货成本为4元,每次的订货费用为40元。

$$Q=\sqrt{2AB/C\times[(R+C)/R]\times[p/(p-d)]}=\sqrt{2\times 8\ 000\times 40/8\times[(4+8)/4]\times[90/(90-30)]}=600(\text{个})$$

$$\text{平均缺货量}(S)=Q(1-d/p)C/(R+C)=600\times(1-30/90)\times 8/(4+8)\approx 267(\text{个})$$

### (三)允许缺货、有数量折扣且陆续到货时的经济订货批量模型

根据允许缺货且陆续到货但无数量折扣时的经济订货批量模型可以看出,如果在此基础上再增加一个数量折扣条件,则这时考虑的总成本如下:

$$TC=AP(1-r)+AB/Q+C[Q(1-d/p)-S]^2/[2Q(1-d/p)]+RS^2/[2Q(1-d/p)]$$

则决策步骤如下:第一步,按照允许缺货且陆续到货但无数量折扣时的经济订货批量模型确定经济订货批量;第二步,计算按照允许缺货且陆续到货但无数量折扣条件下的经济订货批量进货时的存货相关总成本;第三步,计算按给予数量折扣的进货批量进货时的存货相关总成本;第四步,比较不同进

货批量的存货相关总成本,最低存货相关总成本对应的进货批量就是最佳经济订货批量。

例3:某公司每年需要A零件8 000个,每日送货量为90个,每日耗用量为30个,单位储存成本为8元,单位缺货成本为4元,每次的订货费用为40元。供应商规定,每次订货量达到1 000个时,可获得2%的价格优惠;达到1 600个时,可获得3%的价格优惠;不足1 000个时的单价为50元。下面为企业做出最佳经济订货批量决策。

第一步,按照允许缺货且陆续到货但无数量折扣时的经济订货批量模型确定经济订货批量。

$$Q=\sqrt{2AB/C\times[(R+C)/R]\times[p/(p-d)]}=\sqrt{2\times 8\ 000\times 40/8\times[(4+8)/4]\times[90/(90-30)]}=600(\text{个})$$

$$\text{平均缺货量}(S)=Q(1-d/p)C/(R+C)=[600\times(1-30/90)\times 8]/(4+8)\approx 267(\text{个})$$

第二步,计算按照允许缺货且陆续到货但无数量折扣条件下经济订货批量进货时的存货相关总成本。

$$TC_{600}=AP(1-r)+AB/Q+C[Q(1-d/p)-S]^2/[2Q(1-d/p)]+RS^2/[2Q(1-d/p)]=8\ 000\times 50+8\ 000\times 40/600+8\times[600\times(1-30/90)-267]^2/[2\times 600(1-30/90)]+4\times 267^2/[2\times 600(1-30/90)]=400\ 000+533.33+177.78+355.55=401\ 066.66(\text{元})$$

第三步,计算按给予数量折扣的进货批量进货时的存货相关总成本。

(1)计算考虑数量折扣且订货量达到1 000个时的存货总成本。平均缺货量(S)=Q(1-d/p)C/(R+C)=1 000×(1-300/900)×8/(4+8)=444(个)。

$$TC_{1\ 000}=AP(1-r)+AB/Q+C[Q(1-d/p)-S]^2/[2Q(1-d/p)]+RS^2/[2Q(1-d/p)]=8\ 000\times 50\times(1-2\%)+8\ 000\times 40/1\ 000+8\times[1\ 000\times(1-300/900)-444]^2/[2\times 1\ 000(1-300/900)]+4\times 444^2/[2\times 1\ 000(1-300/900)]=392\ 000+320+297.48+591.41=393\ 208.89(\text{元})$$

(2)计算订货量达到1 600个时的存货总成本。平均缺货量(S)=Q(1-d/p)C/(R+C)=1 600×(1-300/900)×8/(4+8)=711(个)。

$$TC_{1\ 600}=8\ 000\times 50\times(1-3\%)+8\ 000\times 40/1\ 600+8\times[1\ 600\times(1-300/900)-711]^2/[2\times 1\ 600(1-300/900)]+4\times 711^2/[2\times 1\ 600(1-300/900)]=388\ 000+200+474.37+947.85=389\ 622.22(\text{元})$$

第四步,比较600个、1 000个和1 600个订货量时的存货总成本可知,订货量为1 600个时的总成本最低。因此,最佳的经济订货批量为1 600个。

#### 主要参考文献

1. 中国注册会计师协会.2010年度注册会计师全国统一考试辅导教材——财务成本管理.北京:中国财政经济出版社,2010
2. 财政部会计资格评价中心.2010年中级会计资格:财务管理.北京:中国财政经济出版社,2009
3. 杨田华.对存货经济批量模型几个专门问题的探讨.河南职业技术师范学院学报,2002,6