

Monte Carlo 模拟方法在 高速公路项目价值评估中的应用

王 静(博士生导师) 齐彩云

(西北农林科技大学经济管理学院 陕西杨凌 712100)

【摘要】 运用传统 NPV 法不能充分发掘高速公路建设项目未来现金流的不确定性所包含的潜在价值。本文采用 Monte Carlo 方法模拟未来交通量,并将对偶变量方差缩减技术运用于模拟试验中,在此模拟的基础上计算项目未来现金流量,从而求得项目的实际价值,得出 Monte Carlo 模拟方法更能体现项目真实价值的结论。

【关键词】 价值评估 Monte Carlo 实物期权

一、传统 NPV 法价值评估的不足

传统 NPV 法由于其完善的理论结构和较强的可操作性,长期以来在项目价值评估中占据主导地位,是目前使用最广泛的方法之一。随着经济的高速发展,项目未来的不确定性越来越大,然而 NPV 法假设将最可能发生情况下的未来现金流折现,使得其评估难以准确反映项目价值,其局限性主要表现为以下三点:

1. 传统 NPV 法是一种静态的评估项目价值的方法。NPV 法只有在低风险、低不确定性的项目中才能更好地发挥作用,因为它没有考虑项目建设与经营中的不确定性因素,如果项目存在的环境不确定性较高、风险较大, NPV 法就会对折现率进行放大,显然这会减少项目的净现值。而 Monte Carlo 模拟方法认为这种不确定性是有价值的,而且不确定性越大,项目的潜在价值就越高。

2. 传统 NPV 法对项目进行评估决策时的一个原则是:在某一时点上,如果项目的净现值大于零,则执行该项目;如果项目净现值小于零,就认为该项目的投资价值为负,从而放弃该项目。这忽视了投资者对不确定性因素的应变能力。例如,该项目的投资可能会带来一系列有利的投资机会,如果把这些投资机会的价值考虑进来,传统净现值 NPV 为负的项目就有可能成为有利的投资项目。

3. 传统 NPV 法认为项目未来现金流是固定的,是最可能发生的现金流。该方法忽略了未来项目所处环境的变化对项目现金流的影响。Monte Carlo 模拟方法依据影响现金流的不确定性因素在现实中存在的概率分布将不确定性因素数量化,进而根据模拟的现金流来评估项目的价值,更符合项目存在的客观环境。

二、Monte Carlo 模拟方法的应用

本文针对高速公路建设项目的特点及传统 NPV 法的局限性,提出了 Monte Carlo 模拟的价值评估方法,并将对偶变量方差缩减技术运用于模拟试验中。以此模拟为基础,计算项目未来现金流量,得出项目的真实价值,并对结果进行比较,

从而得出更适合高速公路项目的价值评估方法。

Monte Carlo 模拟方法又称为统计试验法、随机抽样法或者计算机随机模拟方法,是一种基于“随机数”的计算方法。早在 17 世纪,人们就知道用事件发生的频率来确定事件的概率。特别是近年来电子计算机的高速发展,使得 Monte Carlo 模拟方法在计算机上大量、快速地模拟这样的试验成为可能。这种方法的基本思想是根据经验人为地设计出一种概率分布,对服从该概率分布的关键不确定性变量利用计算机进行反复情景仿真模拟,再根据模拟结果对这些不同结果加以统计分析,预测和分析这些关键变量可能对项目的运营结果产生的影响,从而评估得出项目的价值。

1. 基本思路。

(1) 确定项目目标变量。对于不同的投资项目与投资方案,可以从不同的角度去评价,而且得出的评价结果也是多样的。因此, Monte Carlo 模拟方法的第一步就是确定项目的目标分析变量,如项目的现金流、净现值等。

(2) 确定项目主要不确定性变量。在第一步目标分析变量确定的基础上,根据项目所处的环境及自身的特点,分析目标变量的影响因素,进而确定项目的关键不确定性变量。例如,影响高速公路项目建设未来现金流的关键因素有每年的交通量 Q(折算成小型车辆)、预期通行费率以及一些管理费用、养护费等。

(3) 确定主要不确定性变量的概率分布。在对不确定性变量进行分析的过程中,往往需要对主要不确定性变量的范围做出一个恰当的假设和设定,并建立能够描述主要不确定性变量未来变化的概率模型。在某些情况下,可以对不确定性变量之间的关系及其未来的变化情况做出假定,用一个适当的理论分布(诸如正态分布、均匀分布以及泊松分布等)描述研究对象的概率分布,如根据多位专家的判断,交通量 Q 服从几何布朗运动。

(4) 实现已知概率分布变量的随机抽样。构造了概率模型以后,通过不确定性变量的概率分布,可得出不确定性变量的

代表值。我们用每个随机数及其对应的概率分布来得出不确定性变量的代表值，这个过程可以通过 MATLAB 软件进行编程实现，也可以用 Excel 中的加载宏软件包 CrystalBall 实现，其主要算法为产生随机数，通过逆变换，将其代入不确定性变量中。本文采用 MATLAB 软件编程实现整个 Monte Carlo 模拟过程。

(5)依据 Monte Carlo 方法模拟的不确定性变量的代表值评价项目的价值。将不确定性变量的模拟代表值代入项目现金流公式，然后依据项目未来各期现金流及折现率，从而求得项目在不确定性环境中的评估价值。

2. 方差缩减技术——对偶变量方法。Monte Carlo 模拟精度与模拟次数密切相关，模拟次数越多其精度越高，但是次数增加又会增加计算量。

定义 $S(T, n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i(T)$ ，则 $C \approx S(T, n) - Ke^{-rT}$ (若 K 与 S 相差不大)。显然：

$$\text{Var}(C) = \text{Var}(S(T, n)) = \frac{1}{n} \text{Var}(S_i(T)) \quad (1)$$

根据中心极限定理，模拟结果的标准差与模拟次数的平方根成反比。但是，考虑到计算量，要增加模拟精度不能单纯依靠增加模拟次数。实践表明，在相同条件下，减少模拟方差可以提高稳定性。有很多种方法可以减少方差，如控制变量技术、对偶变量技术、分层抽样等。其中最简单且应用最广的是对偶变量技术和控制变量技术，本文主要采用对偶变量技术。

对偶变量技术就是先随机抽样得到一组数据，然后以此为基础构造出另一组对偶变量。现假设 $Z_i (i=1, 2, 3, \dots, N)$ 是服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 的 N 个样本值，由此可以得到 N 个模拟值 $C_i (i=1, 2, 3, \dots, N)$ ，则 Monte Carlo 估计值为：

$$\hat{C} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i \quad (2)$$

在 $Z_i (i=1, 2, 3, \dots, N)$ 的基础上构造对偶随机数 $\bar{Z}_i = -Z_i$ 。根据正态分布的性质，对应的 $-Z_i$ 也服从正态分布。由对偶随机数生成的估计值为 \bar{C} ，那么由对偶变量技术得到的估计值为：

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\hat{C}_i + \bar{C}_i}{2} \right) \quad (3)$$

如果 $Z_i (i=1, 2, 3, \dots, N)$ 样本模拟的估计值比较小，则对应的对偶随机样本得到的值可能会较大，那么二者的平均值就可能接近真实值。

3. 技术过程。根据高速公路建设及运营特点，预计建成通车后第 t 年项目的现金流公式为：

$$NV(t) = [Q(t)a(1-c) - G(t) - W(t)](1-r_1) \quad (4)$$

其中：Q(t)为第 t 年该段高速公路的年交通量；a 为预期通行费率；c 为通行车辆中免费车辆占总通行车辆的百分比；G(t)为公路建成运营后每年的管理费用；W(t)为公路建成运营后每年的养护费；r₁ 为所得税税率且为一定值(建成后每年所得税税率一般不会变化)。

根据专家以往经验判断，交通量 Q 服从几何布朗运动：

$$dQ = \mu Q dt + \sigma Q \varepsilon \sqrt{dt} \quad (5)$$

对于几何布朗运动，交通量 Q 在离散时间下的递推形式如下所示：

$$Q(t) = Q(t-1) \exp[(\mu - \sigma^2/2)\Delta t + \sigma \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}] \quad (6)$$

如果交通量值依赖于 Q(t)，那么公式(6)可以用来给出“一步”后的 Q(t)的值，这样会节省计算时间：

$$Q(t) = Q(1) \exp[(\mu - \sigma^2/2)t + \sigma \varepsilon \sqrt{t}] \quad (7)$$

其中：Q(1)为第一年的交通量；μ 为交通量的年均增长率，σ 为交通量的波动率，且假定 μ、σ 为常数；ε 为随机波动项，服从 N(0, 1)。

通常情况下管理费用 G(t)服从 N(m, s²)正态分布，养护费 W(t)可以设定每年以一定比例增长，W(t)=W(1)b，其中 W(1)为建成通车后第一年的养护费，b 为养护费年均增长率，且假定为常数。

则项目总的价值为：

$$V = -K + \sum_{t=1}^T NV(t)/(1+r)^{t+2} \quad (8)$$

其中：K 为高速公路项目期初投资；T 为项目的特许经营期；r 为项目风险调整后的折现率。

通过将交通量、管理费用等不确定性变量的代表值代入项目总的价值公式(8)可求得该项目的真实市场价值。

三、案例分析

1. 基本资料。为了促进经济快速发展，A、B 二市拟投资建设一条连接两城市的高速公路。该项目预计建设期为 2 年，建设总投入为 530 780 万元。项目建成以后政府允许原始权益人拥有 30 年的收费经营权，高速公路的管理和养护费用由原始权益人负责。根据项目计划书内容，预计建成通车后第一年的交通量总计为 69 500 万辆(折算为小型车辆)，交通量年均增长率为 7%，波动率为 8%，预期通行费率为 0.5 元/辆(按小型车辆费率)，每五年调整一次，且每次增长 16%。管理费用服从 N(2 000, 700²)的正态分布，养护费按每年 3%的速度增长，养护费第一年预计为 850 万元，通行车辆中免费车辆占总通行车辆的百分比为 2%，项目所得税税率为 25%，项目风险调整后的贴现率为 9%。各个参数取值情况如表 1 所示：

表1 项目参数取值表

| 项目参数 | 取值 | 项目参数 | 取值 |
|------------------------------|-----------------|----------------------------|-----------------------------|
| 特许经营期限T(年) | 30 | 管理费用G(万元) | N(2 000, 700 ²) |
| 第一年交通量预测值Q ₁ (万辆) | 69 500(折算为小型车辆) | 第一年养护费用W ₁ (万元) | 850 |
| 交通量年均增长率μ | 7% | 养护费增长率b | 3% |
| 交通量波动率σ | 8% | 免费车辆比例c | 2% |
| 预期通行费率a(元/辆) | 0.5(按小型车辆费率) | 所得税税率r ₁ | 25% |
| 通行费率增长率d | 16% | 项目贴现率r | 9% |

2. 利用传统 NPV 法评价项目价值。若不考虑未来交通量、管理费用等不确定性因素所包含的潜在价值，按传统的 NPV 法进行计算。对交通量 Q 这个不确定性变量按年均增

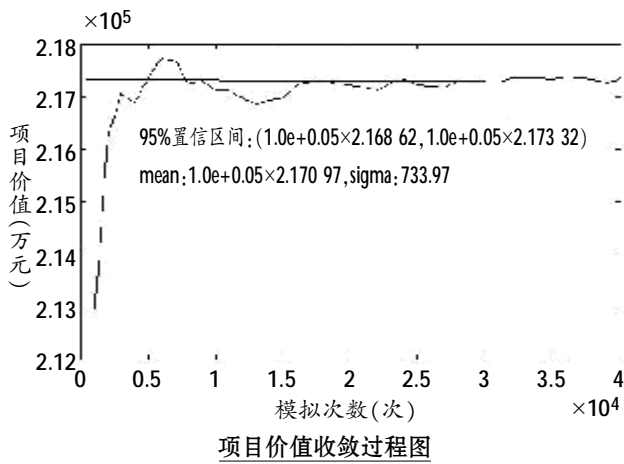
长率7%,不考虑波动因素 σ ,对服从正态分布的管理费用按其均值2 000万元进行计算,代入公式(4)、(8)可以求得项目的市场价值为107 701.72万元。

3. 计算项目的真实市场价值。根据 Monte Carlo 模拟的基本思路,并借助对偶变量方差缩减方法,根据公式(3)、(4)、(5)、(7)、(8),利用 MATLAB 软件编程对该高速公路建设项目有关数据进行模拟,通过 40 000 次随机数输入模拟计算该项目市场价值,输出项目市场价值模拟结果如表 2 所示:

表2 项目价值与模拟次数对照表

| 项目价值 (万元) | 模拟 次数 | 项目价值 (万元) | 模拟 次数 | 项目价值 (万元) | 模拟 次数 | 项目价值 (万元) | 模拟 次数 |
|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|
| 212 810 | 1 000 | 217 120 | 11 000 | 217 170 | 21 000 | 217 280 | 31 000 |
| 216 210 | 2 000 | 216 970 | 12 000 | 217 100 | 22 000 | 217 330 | 32 000 |
| 217 060 | 3 000 | 216 850 | 13 000 | 217 250 | 23 000 | 217 330 | 33 000 |
| 216 870 | 4 000 | 216 930 | 14 000 | 217 310 | 24 000 | 217 340 | 34 000 |
| 217 350 | 5 000 | 216 960 | 15 000 | 217 210 | 25 000 | 217 310 | 35 000 |
| 217 720 | 6 000 | 217 220 | 16 000 | 217 200 | 26 000 | 217 350 | 36 000 |
| 217 660 | 7 000 | 217 280 | 17 000 | 217 180 | 27 000 | 217 340 | 37 000 |
| 217 230 | 8 000 | 217 300 | 18 000 | 217 300 | 28 000 | 217 320 | 38 000 |
| 217 300 | 9 000 | 217 230 | 19 000 | 217 290 | 29 000 | 217 260 | 39 000 |
| 217 120 | 10 000 | 217 220 | 20 000 | 217 280 | 30 000 | 217 330 | 40 000 |

从表 2 中的模拟结果可以看出,利用 Monte Carlo 模拟方法对高速公路项目的价值进行评估时,随着模拟次数的增加,模拟的结果趋向于稳定,即模拟结果收敛,直观的收敛过程如下图所示:



从项目价值收敛过程图中更直观的模拟结果可以看出:项目的市场价值大部分集中在[216 862, 217 332]区间内,在该区间的概率达到了95%;在此区间内结果收敛于217 097万元,即项目的市场价值。由计算结果可知:考虑项目不确定性因素所计算的项目价值要明显优于传统 NPV 法所评估的项目价值。

如果模拟次数从 1 000 次增至 3 000 次,使用对偶变量方差缩减方法和没使用该方法的模拟结果都快速收敛,此后随着模拟次数的增加,模拟结果稳定在某一区间内,但是使用

了对偶变量方差缩减方法的模拟结果在模拟了大约 25 000 次后趋于稳定,而没有使用对偶方差变量缩减方法的模拟结果在模拟了 25 000 次后仍然在均值附近上下波动,而且幅度比使用了方差缩减方法的模拟结果要大。并且使用该方法模拟出的结果的标准差要比不使用该方法得出的结果的标准差小许多。

由此可以看出,对偶变量方差缩减技术在对项目价值进行 Monte Carlo 模拟时,能够很好地在少次模拟的情况下使得模拟结果迅速收敛、趋于稳定,从而降低了模拟次数,节约了计算成本,同时模拟过程中方差的减小有利于提高模拟精度,使得项目价值模拟结果更加真实。

四、结论

1. 利用 Monte Carlo 模拟方法能够将高速公路未来交通量、管理费用、养护费等不确定性因素给项目带来的风险转化为项目价值的概率分布,通过模拟得出其不确定性变量的代表值,进而计算项目的市场价值。因此,该项目价值评估方法能够更好地反映项目所处环境风险对项目价值的影响,使评估结果更具真实性。

2. 在 Monte Carlo 模拟过程中,运用对偶变量方差缩减技术,在相同条件下,能够比不使用对偶变量方差缩减方法模拟次数少;在模拟次数不多的情况下,使模拟结果迅速稳定,减少了计算量,节省了计算时间;方差的减少,提高了模拟精确度,使得项目评估价值更准确,有助于 Monte Carlo 模拟方法在实际投资分析过程中的推广应用。

3. 本文通过案例的真实模拟与传统 NPV 法的对比,结果充分反映了项目的不确定性因素是项目的一种潜在价值。传统 NPV 法没有考虑项目的不确定性因素所包含的价值,是一种静态的价值评估方法,而 Monte Carlo 模拟方法通过动态模拟得出项目的真实市场价值。这进一步证明了 Monte Carlo 模拟方法比传统的 NPV 法更能够帮助投资者在项目面临不确定性环境因素时做出正确决策,实现资本的合理流动和资源的有效配置。

【注】本文为国家自然科学基金(项目编号:70973097)、中国博士后第二期特别资助基金(项目编号:200902612)、教育人文社科一般项目(项目编号:09YJAVH074)部分研究成果。

主要参考文献

1. 周心莲. 欧式期权价格的 Monte-Carlo 模拟. 科技创业月刊, 2007; 8
2. 张树德. 金融计算教程——MATLAB 金融工具箱的应用. 北京: 清华大学出版社, 2008
3. Simon Rose. Valuation of Interacting Real Option in a Toll road Infrastructure Project. The Quarterly Review of Economics and Finance, 1998; 38
4. Keith Cuthbertson, Dirk Nitzsche 著. 彭永江等译. Financial Engineering——Derivatives and Risk Management. 北京: 中国人民大学出版社, 2004
5. Duane Hanselman, Bruce Littlefield 著. 朱仁峰译. 精通 Matlab 7. 北京: 清华大学出版社, 2008